Senatsverwaltung für Bildung, Jugend und Familie | BERLIN

Abschlussprüfung an der Fachoberschule im Schuljahr 2021/2022

Fach	**Mathematik (A)**
Nur für die Lehrkraft	
Prüfungstag	**05.05.2022**
Prüfungszeit	09:00 – 13:00 Uhr
Zugelassene Hilfsmittel	Nicht graphikfähiger Taschenrechner mit gelöschtem Programmierteil, kein CAS-Rechner, Handbuch/Gebrauchsanleitung muss vorliegen, Formelsammlung, Rechtschreib-Wörterbuch (siehe Aufgabendeckblatt)
Allgemeine und spezielle Arbeitshinweise	**Beachten Sie bitte das Schülerdeckblatt zu den Wahlmöglichkeiten.**
Erwartungs-horizonte	Die Beschreibungen der erwarteten Leistungen enthalten keine vollständigen Lösungen, sondern nur kurze Angaben. Hier nicht genannte, aber gleichwertige Lösungswege sind gleichberechtigt. Die aufgeführten Lösungswege zeigen immer nur eine Variante auf. Für andere Lösungswege oder Lösungsansätze, die schlüssig dargestellt werden und zu richtigen Zwischen- oder Endergebnissen führen, sind die vorgesehenen Bewertungseinheiten (BE) entsprechend zu vergeben. Wird jedoch der im Erwartungshorizont dargestellte Lösungsweg vom Prüfling verwendet, so sind die BE in der angegebenen Weise aufzuteilen. Damit die Möglichkeit besteht, den eigenen didaktischen Aspekten bei der Bewertung genug Raum zu geben, werden in der Regel die BE nicht kleinschrittig zugeordnet. Die Summe der BE pro Teilaufgabe ist verbindlich. Sind Zwischenergebnisse nicht korrekt ermittelt worden und die sich auf diesen Zwischenergebnissen aufbauenden weiteren Lösungswege schlüssig und nicht mit neuen Fehlern versehen, so sind die BE entsprechend zu erteilen (Folgefehler). Dieses Vorgehen ist nicht anzuwenden, wenn eine offensichtlich nicht sinnvolle Lösung unkommentiert bleibt oder der Lösungsweg durch den Fehler erheblich einfacher geworden ist. Die Verwendung von entsprechenden Operatoren in den Aufgabenstellungen erfordert vom Prüfling schriftliche Erläuterungen seiner Überlegungen. Bei der Bewertung dieser Erläuterungen, auf deren Darstellung im Erwartungshorizont weitgehend verzichtet wird, kann die Lehrkraft ihren pädagogischen Spielraum nutzen und sich an ihrer bisherigen Unterrichtspraxis orientieren. Im Erwartungshorizont wird teilweise auf formale mathematische Vollständigkeit verzichtet, wenn diese vom Schüler in der Regel nicht unbedingt zu erwarten ist.

Aufgabe Nr.	Soll
1	40
2	30
3	30
Summe[1]:	70

[1] Jeder Prüfling bearbeitet nur eine der beiden Aufgaben Nr. 2 oder Nr. 3.

Abschlussprüfung Fachoberschule 2022
Mathematik

Aufgabenvorschlag A

Senatsverwaltung für Bildung, Jugend und Familie BERLIN

1 Funktionsuntersuchung /40

Gegeben ist die Funktion f mit der Funktionsgleichung

$$f(x) = -\frac{1}{2}x^4 - x + 2, \quad x \in \mathrm{IR}.$$

Geben Sie bei den folgenden Aufgaben Ihre Ergebnisse auf zwei Stellen nach dem Komma an.

1.1 Geben Sie das Verhalten der Funktionswerte von f im Unendlichen an. **/2**

1.2 Weisen Sie rechnerisch nach, dass der Graph von f einen Hochpunkt besitzt. Geben Sie die Koordinaten dieses Hochpunktes an. **/5**

1.3 Ergänzen Sie in der Wertetabelle die fehlenden Funktionswerte von f. Zeichnen Sie den Graphen von f im Intervall $[-2{,}00\ ;\ 1{,}50]$ in das **Koordinatensystem auf der folgenden Seite**. **/5**

x	$-2{,}00$	$-1{,}00$	0	0,50	1,00	1,50
$f(x)$					0,50	

1.4 Ermitteln Sie die Gleichung der Tangente an den Graphen von f im Punkt $P(1 \mid f(1))$. **/5**
Zeichnen Sie diese Tangente in das **Koordinatensystem auf der folgenden Seite** ein.
Berechnen Sie den Steigungswinkel dieser Tangente.

1.5 Untersuchen Sie, ob es Punkte $(x \mid f(x))$ gibt, an denen der Graph von f linksgekrümmt ist. **/2**

Gegeben ist zusätzlich die Funktion g mit der Funktionsgleichung

$$g(x) = -\frac{1}{2}x^4 + x^2 + 1, \quad x \in \mathrm{IR}.$$

1.6 Die Graphen von f und g haben einen Schnittpunkt im 1. Quadranten. Ermitteln Sie die Koordinaten dieses Schnittpunktes. **/4**

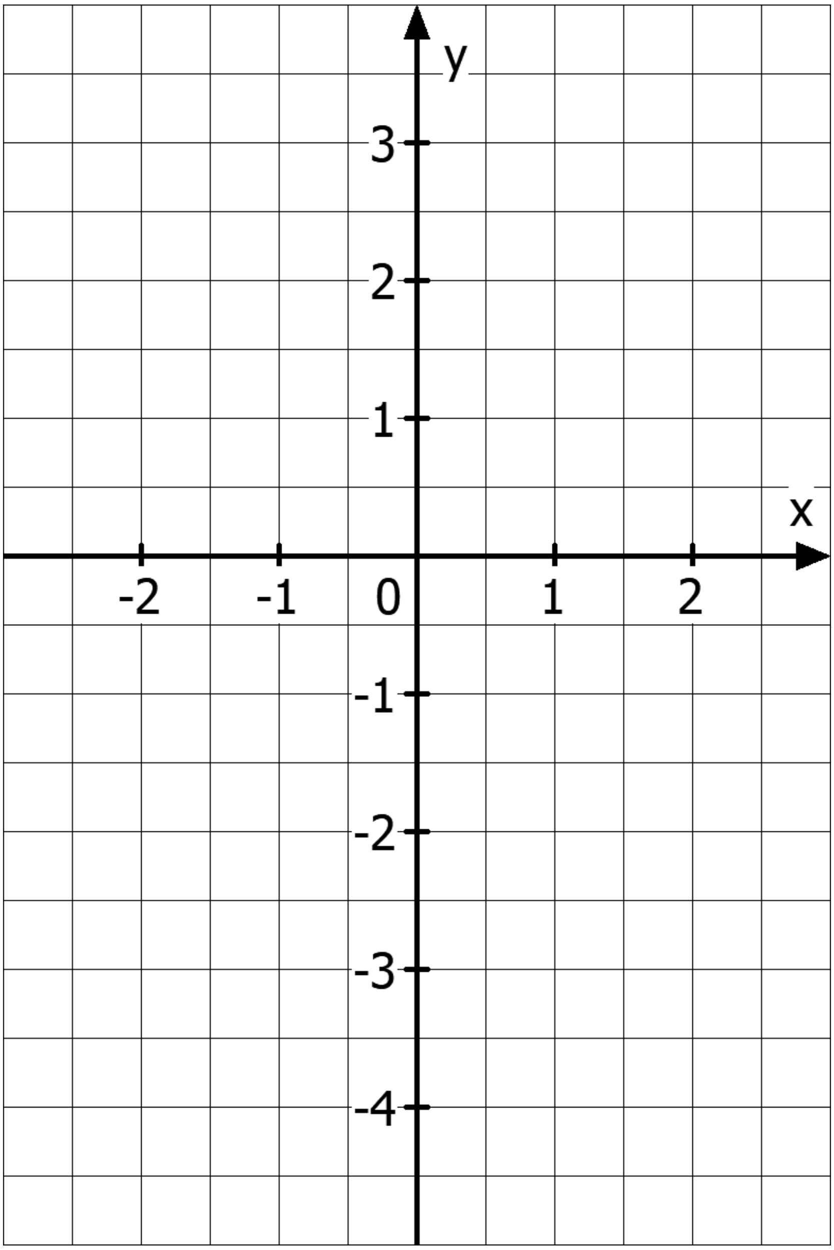
1.7 Berechnen Sie die Nullstellen des Graphen von g. **/5**

Fortsetzung auf der nächsten Seite

1.8 Der Graph von *g* besitzt drei Extrempunkte. Diese drei Extrempunkte bilden die Eckpunkte eines Dreiecks. **/7**
Berechnen Sie zuerst die Koordinaten der Extrempunkte.
Ermitteln Sie anschließend den Flächeninhalt dieses Dreiecks in Flächeneinheiten (FE).

1.9 Berechnen Sie die Wendepunkte des Graphen von *g*. **/5**

Koordinatensystem zu Aufgabe 1.3 und 1.4

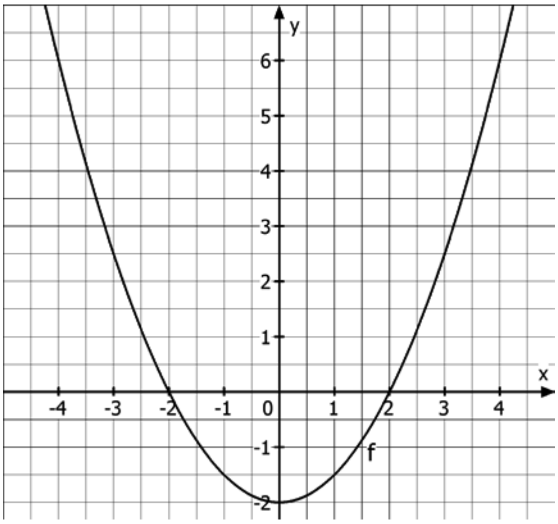


2 Integralrechnung /30

Gegeben ist die Funktion f mit der Funktionsgleichung

$f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2,\ x \in \mathrm{IR}$.

In der Abbildung ist der Graph der Funktion f skizziert.



2.1 Weisen Sie nach, dass $x_1 = 2$ und $x_2 = -2$ Nullstellen vom Graphen der Funktion f sind. **/2**

2.2 Berechnen Sie den Flächeninhalt der Fläche, die vom Graphen der Funktion f und der x-Achse eingeschlossen wird. **/5**

2.3 Der Graph der Funktion f und die Gerade g mit $g(x) = x + 2$ umschließen eine Fläche.
Berechnen Sie den Inhalt dieser Fläche. **/8**

2.4 Die Parabel p verläuft durch die Punkte $P_1\ (1|3)$, $P_2\ (-1|3)$, $P_3\ (2|0)$.
Bestimmen Sie die Funktionsgleichung der Parabel p mit Hilfe eines Gleichungssystems.
[Zur Kontrolle: $p(x) = -x^2 + 4$] **/7**

2.5 Berechnen Sie die Nullstellen der Parabel p. **/3**

2.6 Skizzieren Sie die Parabel p in die obige Abbildung.
Begründen Sie ohne Berechnungen, weshalb gilt: **/5**

$$\int_{-2}^{2} p(x)\,dx + 2\int_{-2}^{2} f(x)\,dx = 0.$$

3 Stochastik /30

Eine Tüte Bonbons enthält 72 Bonbons. Dabei haben $\frac{1}{3}$ der Bonbons Kirschgeschmack, die anderen Bonbons in der Tüte haben Orangengeschmack. Durch einen Produktionsfehler haben 25 % aller Bonbons eine „Ei-Form“, die anderen Bonbons haben die Form einer Kugel. Zehn von den Bonbons mit Kirschgeschmack sind eiförmig. Die Form der Bonbons ist unabhängig vom Geschmack.

3.1 Erstellen Sie eine Vierfeldertafel, die diesen Sachverhalt darstellt. Benennen Sie die verwendeten Abkürzungen. **/6**

3.2 Aus der Tüte wird ein Bonbon zufällig gezogen. **/4**
Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ...
A: „… ein Bonbon mit Orangengeschmack und Kugelform gezogen wird“.
B: „… ein gezogener eiförmiger Bonbon Orangengeschmack hat.“

In einer Klasse mit 24 Schülerinnen und Schülern werden alle Bonbons der Tüte verteilt. Beim Verteilen wird nicht auf die Geschmacksrichtung geachtet. Jedes Kind bekommt drei Bonbons.

3.3 Erstellen Sie ein Baumdiagramm, mit dem man die Verteilung der unterschiedlichen Geschmacksrichtungen der Bonbons für das erste Kind, das sich aus der Tüte seine 3 Bonbons nimmt, darstellen kann. **/7**
Geben Sie dabei alle Zweigwahrscheinlichkeiten in dem Baumdiagramm an.
Benennen Sie die verwendeten Abkürzungen.

3.4 Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit für folgende Ereignisse. **/8**
C: „Das Kind bekommt nur Bonbons mit Kirschgeschmack“.
D: „Das Kind bekommt genau zwei Bonbons mit Kirschgeschmack“.
E: „Das Kind bekommt höchstens zwei Bonbons mit Kirschgeschmack“.
F: „Das Kind bekommt mindestens zwei Bonbons mit Kirschgeschmack“.

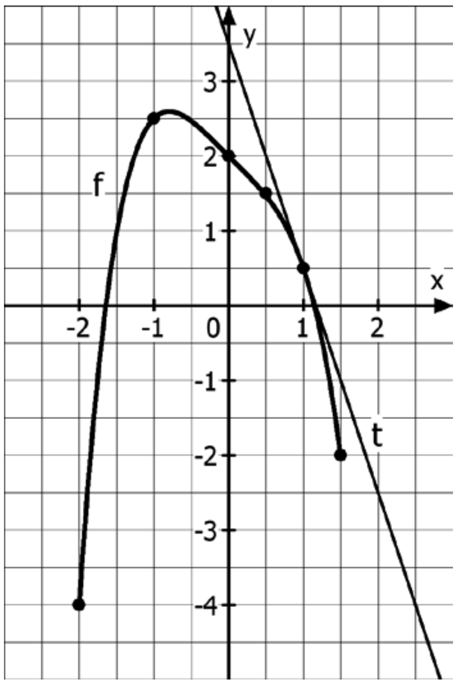
3.5 Alle Kinder, die im Mai Geburtstag haben, dürfen nun nach vorne kommen und ihre Bonbons ziehen. Das sind 5 Kinder. Diese 5 Kinder stellen sich zufällig in einer Reihe auf. **/2**
Bestimmen Sie die Anzahl an Möglichkeiten, die es für diese Reihe aus 5 Kindern gibt.

3.6 Als die letzten drei Kinder ihre Bonbons ziehen dürfen, sind noch vier Kirschbonbons und fünf Orangenbonbons in der Tüte. Das erste Kind dieser Gruppe wählt sich daraus zufällig drei Bonbons aus. **/3**
Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass es nur Kirschbonbons auswählt.

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe eine mögliche Lösung dar. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

Teil-aufgabe	Erwartete Teilleistung	BE in AB		
		I	II	III
1.1	$f(x) \to -\infty$ für $x \to \infty$; $f(x) \to -\infty$ für $x \to -\infty$	2		
1.2	$f'(x) = -2x^3 - 1$ $0 = -2x^3 - 1$ $2x^3 = -1$ $x^3 = -\frac{1}{2}$ $x_E \approx -0{,}79$ $f''(x) = -6x^2$ $f''(-0{,}79) = -6\cdot(-0{,}79)^2 < 0 \Longrightarrow$ Hochpunkt $f(-0{,}79) = -\frac{1}{2}x^4 - x + 2 \approx 2{,}60$ $H(-0{,}79\|2{,}60)$		5	
1.3	(Wertetabelle und Graph siehe unten)	2	3	

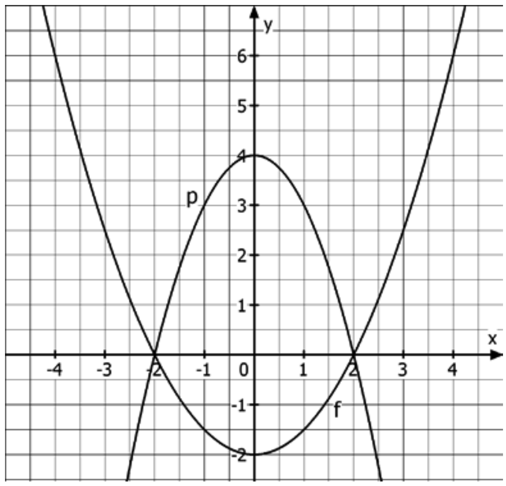
x	$-2{,}00$	$-1{,}00$	0	$0{,}50$	$1{,}00$	$1{,}50$
$f(x)$	$\mathbf{-4{,}00}$	$\mathbf{2{,}50}$	$\mathbf{2{,}00}$	$\mathbf{1{,}47}$	$0{,}50$	$\mathbf{-2{,}03}$

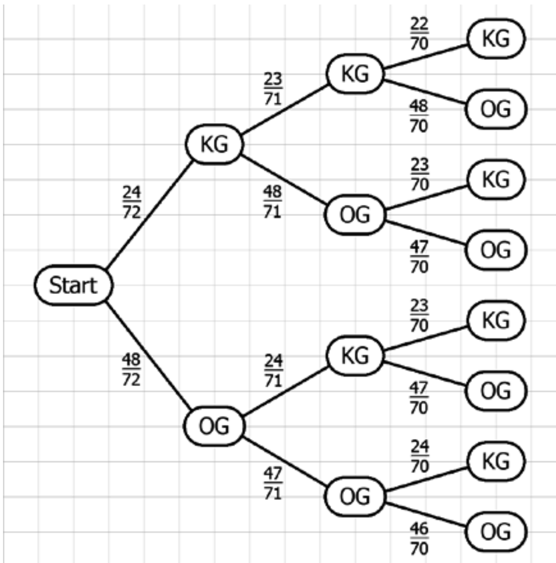


Teilaufgabe	Erwartete Teilleistung	BE in AB		
		I	II	III
1.4	$t(x) = mx + n$ $m_t = f'(1) = -2 \cdot 1^3 - 1 = -3$ $0{,}5 = -3 \cdot 1 + n \Rightarrow n = 3{,}5$ $t(x) = -3x + 3{,}5$ Zeichnung der Tangente $\propto = \arctan(-3) \approx -71{,}57°$	1	3	1
1.5	$f''(x) = -6x^2$ Die Ungleichung $-6x^2 > 0$ hat keine Lösung, also gibt es keine Punkte, an denen der Graph von f linksgekrümmt ist.			2
1.6	$-\frac{1}{2}x^4 + x^2 + 1 = -\frac{1}{2}x^4 - x + 2$ $0 = x^2 + x - 1$ $x_{S1/S2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} = -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 1}$ $x_{S1} \approx 0{,}62$ $x_{S2} \approx -1{,}62 < 0 \Rightarrow$ nicht im 1. Quadranten $f(0{,}62) = -\frac{1}{2} \cdot (0{,}62)^4 + (0{,}62)^2 + 1 \approx 1{,}31$ $S(0{,}62 \mid 1{,}31)$	4		
1.7	$0 = -\frac{1}{2}x^4 + x^2 + 1$ $0 = -\frac{1}{2}z^2 + z + 1 \quad / \cdot (-2)$ $0 = z^2 - 2z - 2$ $z_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(-\frac{p}{2}\right)^2 - q} = 1 \pm \sqrt{1^2 + 2}$ $z_1 \approx 2{,}73$; $z_2 \approx -0{,}73$ $x_{N1} \approx 1{,}65$; $x_{N2} \approx -1{,}65$		5	

Teil-aufgabe	Erwartete Teilleistung	BE in AB I	II	III
1.8	$g'(x) = -2x^3 + 2x$ $0 = -2x^3 + 2x$ $0 = x(-2x^2 + 2)$ $x_{E1} = 0$ $0 = -2x^2 + 2$ $x_{E2} = 1$; $x_{E2} = -1$ $g(0) = 1$; $g(1) = 1{,}5$; $g(-1) = 1{,}5$ $A = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot (1{,}5 - 1) = \frac{1}{2}$ FE		7	
1.9	$0 = -6x^2 + 2$ $x^2 = \frac{1}{3}$ $x_{W1} \approx 0{,}58$; $x_{W2} \approx -0{,}58$ $g'''(x) = -12x$ $g'''(0{,}58) = -12 \cdot 0{,}58 \neq 0$ $g'''(-0{,}58) = -12 \cdot (-0{,}58) \neq 0$ $g(0{,}58) = -\frac{1}{2}x^4 + x^2 + 1 = -\frac{1}{2} \cdot 0{,}58^4 + 0{,}58^2 + 1 \approx 1{,}28$ $g(-0{,}58) = -\frac{1}{2}x^4 + x^2 + 1 = -\frac{1}{2} \cdot (-0{,}58)^4 + (-0{,}58)^2 + 1 \approx 1{,}28$ $W_1(0{,}58 \mid 1{,}28)$; $W_2(-0{,}58 \mid 1{,}28)$			5
	Mögliche BE	9	23	8
	Summe Aufgabe		40	

Teil-aufgabe	Erwartete Teilleistung	BE in AB		
		I	II	III
2.1	$f(-2) = \frac{1}{2}\cdot(-2)^2 - 2 = 0$ $f(2) = \frac{1}{2}\cdot(2)^2 - 2 = 0$	2		
2.2	$A_1 = -\int_{-2}^{2} \frac{1}{2}x^2 - 2\,dx = -\left[\frac{1}{6}x^3 - 2x\right]_{-2}^{2}$ $A_1 = -\left(\frac{1}{6}\cdot 2^3 - 2\cdot 2\right) + \left(\frac{1}{6}\cdot(-2)^3 - 2\cdot(-2)\right) = \frac{16}{3}$ FE		5	
2.3	$\frac{1}{2}x^2 - 2 = x + 2$ $d(x) = -\frac{1}{2}x^2 + x + 4$ $0 = -\frac{1}{2}x^2 + x + 4$ $0 = x^2 - 2x - 8$ $x_{S1/S2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} = 1 \pm \sqrt{1^2 + 8} = 1 \pm 3$ $x_{S1} = 4$; $x_{S2} = -2$ $A_{fg} = \int_{-2}^{4} d(x)\,dx = \int_{-2}^{4} -\frac{1}{2}x^2 + x + 4\,dx = \left[-\frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 4x\right]_{-2}^{4}$ $A_{fg} = \left(-\frac{1}{6}\cdot 4^3 + \frac{1}{2}\cdot 4^2 + 4\cdot 4\right) - \left(-\frac{1}{6}\cdot(-2)^3 + \frac{1}{2}\cdot(-2)^2 + 4\cdot(-2)\right)$ $A_{fg} = 18$ FE		8	
2.4	$p(x) = ax^2 + bx + c$ $P_1(1\|3)$: $3 = a + b + c$ $P_2(-1\|3)$: $3 = a - b + c$ $P_3(2\|0)$: $0 = 4a + 2b + c$ $a = 3 - b - c$ $3 = 3 - b - c - b + c \implies b = 0$ $0 = 4\cdot(3 - c) + 2\cdot 0 + c \implies c = 4$ $a = 3 - 0 - 4 \Rightarrow a = -1$ $p(x) = -x^2 + 4$		7	

Teil-aufgabe	Erwartete Teilleistung	BE in AB		
		I	II	III
2.5	$0 = -x^2 + 4$ $x^2 = 4$ $x_{N1,N2} = \pm 2$	3		
2.6		2		
	Da gilt $-2 \cdot f(x) = p(x)$, ist der Flächeninhalt der Fläche zwischen dem Graphen der Funktion *f* und der *x*-Achse genau halb so groß wie der Flächeninhalt der Fläche zwischen dem Graphen der Funktion *p* und der *x*-Achse. Verdoppelt man also den Flächeninhalt zwischen dem Graphen der Funktion *f* und der *x*-Achse, so ist er genauso groß wie der Flächeninhalt zwischen dem Graphen der Funktion *p* und der *x*-Achse. Aufgrund der Tatsache, dass eine der beiden Flächen ganz oberhalb der *x*-Achse liegt und die andere ganz unterhalb der *x*-Achse, gehen die beiden Flächen mit unterschiedlichen Vorzeichen in die Flächenbilanz ein. Also ist die Flächenbilanz 0.			3
	Mögliche BE	7	20	3
	Summe Aufgabe	30		

<table>
<tr><th rowspan="2">Teil-aufgabe</th><th rowspan="2">Erwartete Teilleistung</th><th colspan="3">BE in AB</th></tr>
<tr><th>I</th><th>II</th><th>III</th></tr>
<tr><td>3.1</td><td>KG: „Kirschgeschmack“ R: „Rund“
OG: „Orangengeschmack“ E: „Eiförmig“
<table>
<tr><th></th><th>KG</th><th>OG</th><th>∑</th></tr>
<tr><td>R</td><td>14</td><td>40</td><td>54</td></tr>
<tr><td>E</td><td>10</td><td>8</td><td>18</td></tr>
<tr><td>∑</td><td>24</td><td>48</td><td>72</td></tr>
</table>
fett: direkt aus dem Text entnommen</td><td>6</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>3.2</td><td>$P(A) = \frac{40}{72} = \frac{5}{9}$
$P(B) = \frac{8}{18} = \frac{4}{9}$</td><td></td><td>4</td><td></td></tr>
<tr><td>3.3</td><td>KG: „Kirschgeschmack“
OG: „Orangengeschmack“

</td><td></td><td>7</td><td></td></tr>
<tr><td>3.4</td><td>$P(C) = \frac{24}{72}\cdot\frac{23}{71}\cdot\frac{22}{70} \approx 0{,}03$
$P(D) = \frac{24}{72}\cdot\frac{23}{71}\cdot\frac{48}{70} + \frac{24}{72}\cdot\frac{48}{71}\cdot\frac{23}{70} + \frac{48}{72}\cdot\frac{24}{71}\cdot\frac{23}{70} \approx 0{,}22$
$P(E) = 1 - \frac{24}{72}\cdot\frac{23}{71}\cdot\frac{22}{70} \approx 0{,}97$
$P(F) = P(C) + P(D) \approx 0{,}25$</td><td></td><td>8</td><td></td></tr>
<tr><td>3.5</td><td>$5! = 120$</td><td></td><td></td><td>2</td></tr>
<tr><td>3.6</td><td>$P(KG;KG;KG) = \frac{4}{9}\cdot\frac{3}{8}\cdot\frac{2}{7} = \frac{1}{21}$</td><td></td><td>3</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>Mögliche BE</td><td>6</td><td>22</td><td>2</td></tr>
<tr><td></td><td>Summe Aufgabe</td><td colspan="3">30</td></tr>
</table>

Abschlussprüfung an der Fachoberschule im Schuljahr 2021/2022

Fach	Mathematik (B)
Nur für die Lehrkraft	
Prüfungstag	25.05.2022
Prüfungszeit	09:00 – 13:00 Uhr
Zugelassene Hilfsmittel	Nicht graphikfähiger Taschenrechner mit gelöschtem Programmierteil, kein CAS-Rechner, Handbuch/Gebrauchsanleitung muss vorliegen, Formelsammlung, Rechtschreib-Wörterbuch (siehe Aufgabendeckblatt)
Allgemeine und spezielle Arbeitshinweise	**Beachten Sie bitte das Schülerdeckblatt zu den Wahlmöglichkeiten.**
Erwartungs-horizonte	Die Beschreibungen der erwarteten Leistungen enthalten keine vollständigen Lösungen, sondern nur kurze Angaben. Hier nicht genannte, aber gleichwertige Lösungswege sind gleichberechtigt. Die aufgeführten Lösungswege zeigen immer nur eine Variante auf. Für andere Lösungswege oder Lösungsansätze, die schlüssig dargestellt werden und zu richtigen Zwischen- oder Endergebnissen führen, sind die vorgesehenen Bewertungseinheiten (BE) entsprechend zu vergeben. Wird jedoch der im Erwartungshorizont dargestellte Lösungsweg vom Prüfling verwendet, so sind die BE in der angegebenen Weise aufzuteilen. Damit die Möglichkeit besteht, den eigenen didaktischen Aspekten bei der Bewertung genug Raum zu geben, werden in der Regel die BE nicht kleinschrittig zugeordnet. Die Summe der BE pro Teilaufgabe ist verbindlich. Sind Zwischenergebnisse nicht korrekt ermittelt worden und die sich auf diesen Zwischenergebnissen aufbauenden weiteren Lösungswege schlüssig und nicht mit neuen Fehlern versehen, so sind die BE entsprechend zu erteilen (Folgefehler). Dieses Vorgehen ist nicht anzuwenden, wenn eine offensichtlich nicht sinnvolle Lösung unkommentiert bleibt oder der Lösungsweg durch den Fehler erheblich einfacher geworden ist. Die Verwendung von entsprechenden Operatoren in den Aufgabenstellungen erfordert vom Prüfling schriftliche Erläuterungen seiner Überlegungen. Bei der Bewertung dieser Erläuterungen, auf deren Darstellung im Erwartungshorizont weitgehend verzichtet wird, kann die Lehrkraft ihren pädagogischen Spielraum nutzen und sich an ihrer bisherigen Unterrichtspraxis orientieren. Im Erwartungshorizont wird teilweise auf formale mathematische Vollständigkeit verzichtet, wenn diese vom Schüler in der Regel nicht unbedingt zu erwarten ist.

Aufgabe Nr.	Soll
1	40
2	30
3	30
Summe[1]:	70

[1] Jeder Prüfling bearbeitet nur eine der beiden Aufgaben Nr. 2 oder Nr. 3

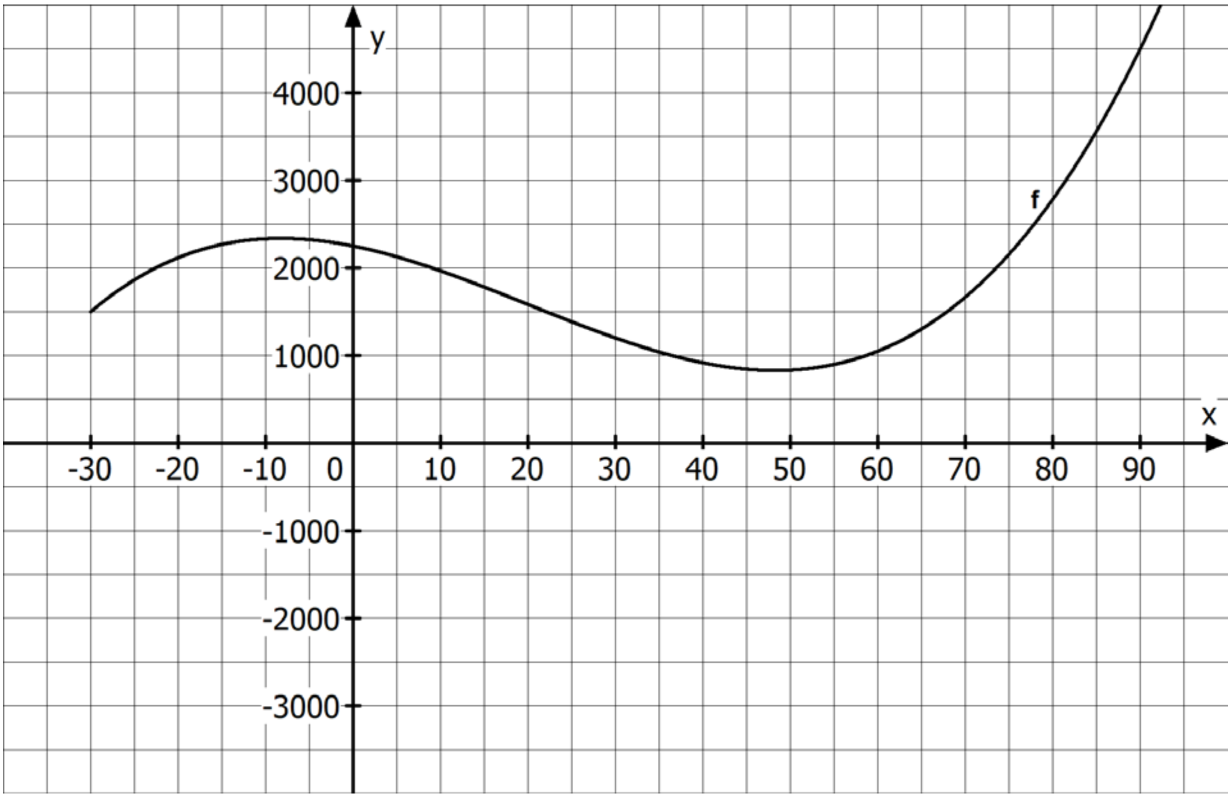
Senatsverwaltung für Bildung, Jugend und Familie | BERLIN

1 Funktionsuntersuchung /40

Gegeben ist die Funktion f mit der Funktionsgleichung

$$f(x) = \frac{1}{60}x^3 - x^2 - 20x + 2250;\ x \in \mathrm{IR}.$$

Der Graph von f ist im folgenden Koordinatensystem für $x \geq -30$ dargestellt.



1.1 Geben Sie den Schnittpunkt des Graphen der Funktion f mit der y-Achse an. /1

1.2 Geben Sie das Verhalten der Funktionswerte von f im Unendlichen an. Begründen Sie Ihre Aussage. /3

1.3 Weisen Sie nach, dass die Gleichung der Tangente t an den Graphen von f im Punkt $(30|f(30))$ die Gleichung $t(x) = -35x + 2250$ besitzt. Zeichnen Sie diese Tangente in das obige Koordinatensystem ein. /6

Fortsetzung auf der nächsten Seite

Gegeben ist eine weitere Funktion g. Diese Funktion wird definiert durch die Funktionsgleichung

$g(x) = 40x - f(x)\ ;\ x \in \mathrm{IR}$.

1.4 Zeigen Sie rechnerisch, dass die Funktion g die folgende Funktionsgleichung besitzt: **/2**

$$g(x) = -\frac{1}{60}x^3 + x^2 + 60x - 2250.$$

1.5 Es gilt $g(30) = 0$. **/8**
Es gibt einen weiteren Wert $x_N > 0$, für den gilt $g(x_N) = 0$.
Berechnen Sie diesen Wert x_N.

1.6 Weisen Sie nach, dass der Graph der Funktion g genau ein relatives Maximum besitzt. **/9**
Berechnen Sie die Koordinaten dieses Hochpunktes.

1.7 Ergänzen Sie die folgende Wertetabelle. Geben Sie Ihre Ergebnisse gerundet auf ganze Zahlen an. **/2**

x	-30	- 10	10	30	70	90
$g(x)$	-2700			0		

1.8 Skizzieren Sie den Graphen der Funktion g für $-30 \le x \le 90$ und unter Einbeziehung aller berechneten Werte in das Koordinatensystem auf der vorherigen Seite. **/4**

1.9 Zeigen Sie, dass sich allein aus der Gleichung $g(x) = 40x - f(x)$ die Richtigkeit folgender Aussage schlussfolgern lässt: **/5**

„Die Funktion f und die Funktion g besitzen an derselben Stelle ihren Wendepunkt.“

Berechnen Sie <u>nicht</u> die Wendestelle des Graphen der Funktion g.

2 Integralrechnung /30

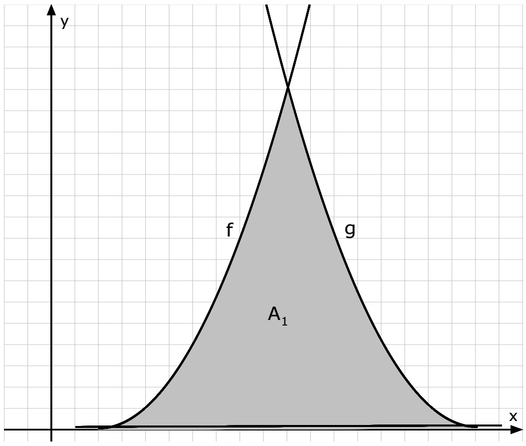
Gegeben sind die folgenden Funktionen f und g:

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2 - x + \frac{1}{2}$$

und

$$g(x) = \frac{1}{2}(x-9)^2$$

Die Graphen der Funktionen f und g umschließen mit der x-Achse die Fläche A_1 (nebenstehende Abbildung).



Geben Sie Ihre Ergebnisse bei allen Aufgaben mit drei Nachkommastellen an.

2.1 Berechnen Sie die Koordinaten der drei Eckpunkte der Fläche A_1 **/8**

2.2 Berechnen Sie den Flächeninhalt der Fläche A_1. **/6**
[Wenn Sie 2.1 nicht gelöst haben, verwenden Sie $x_{N1} = 1$, $x_{N2} = 9$ und $x_S = 5$]

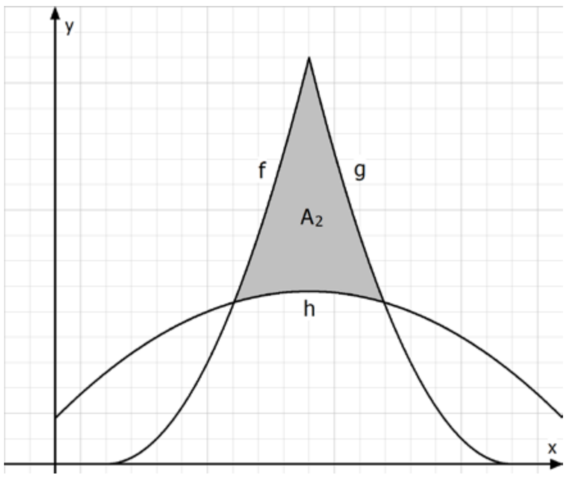
2.3 Die drei Eckpunkte der Fläche A_1 aus 2.1 bilden auch die Eckpunkte eines gleichschenkligen Dreiecks. **/4**
Berechnen Sie für dieses Dreieck den Flächeninhalt A_{Dreieck}.
Berechnen Sie die prozentuale Abweichung von A_{Dreieck} zu A_1.

Die Parabel h schneidet den Graphen von f im Punkt $P_1(3{,}5|3{,}125)$ und den Graphen von g im Punkt $P_2(6{,}5|3{,}125)$. Dabei kann die Parabel h durch folgende Funktionsgleichung beschrieben werden:

$$h(x) = ax^2 + x + c$$

2.4 Ermitteln Sie die Werte der Parameter a und c. **/5**

2.5 Gemäß der nebenstehenden Abbildung schließen die Graphen der Funktionen f, g und h im ersten Quadranten die Fläche A_2 ein. **/7**
Berechnen Sie den Flächeninhalt der Fläche A_2.
[Wenn Sie 2.4 nicht gelöst haben, verwenden Sie $a = -0{,}1$ und $c = 0{,}85$]



3 Stochastik /30

Für ein Abschiedsessen mit ihrer Klasse kauft Frau Sommer Getränke ein.
Sie besorgt 12 Flaschen Wasser und 18 Flaschen Zitronenlimonade.
Beim Kühlen der Flaschen in kaltem Wasser lösen sich die Etiketten ab, danach sind die Flaschen von außen nicht mehr zu unterscheiden.

3.1 Von den eingekauften Flaschen werden nacheinander drei Flaschen zufällig ausgewählt und nicht zurückgelegt. **/7**
Zeichnen Sie ein Baumdiagramm mit allen Zweigwahrscheinlichkeiten für diese Situation.
Nennen Sie auch die Bedeutung von Abkürzungen, die Sie verwenden.

3.2 Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass alle drei entnommenen Flaschen das gleiche Getränk beinhalten. **/2**

3.3 Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass genau eine der drei Flaschen Wasser enthält. **/2**

3.4 Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass mindestens eine der drei Flaschen Wasser enthält. **/3**

Am Abend ist ein Grillfest geplant. Frau Sommer hat Grillkäse und Würstchen besorgt.
Es haben sich insgesamt 25 Eltern und Kinder angekündigt.
Von den 15 Kindern essen 60 % am liebsten Würstchen. Von den Eltern essen 70 % am liebsten Grillkäse.

3.5 Erstellen Sie zu diesem Sachverhalt eine Vierfeldertafel. **/5**
Machen Sie die von Ihnen verwendeten Abkürzungen mit Hilfe einer Legende deutlich.

3.6 Von den Gästen wird eine Person zufällig ausgewählt. **/4**
Berechnen Sie für folgende Ereignisse die Wahrscheinlichkeiten:
E1: „Die Person isst gern Würstchen."
E2: „Die Person ist ein Kind, das am liebsten Grillkäse isst."

3.7 Von den Gästen wird eine Person zufällig ausgewählt. **/2**
Diese Person isst am liebsten Würstchen.
Geben Sie die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass diese Person ein Kind ist.

3.8 Von den Gästen wird eine Person zufällig ausgewählt. **/5**
Betrachtet werden folgende Ereignisse:
K: Die Person ist ein Kind.
W: Die Person isst am liebsten Würstchen.
Untersuchen Sie, ob die Ereignisse K und W stochastisch unabhängig sind.

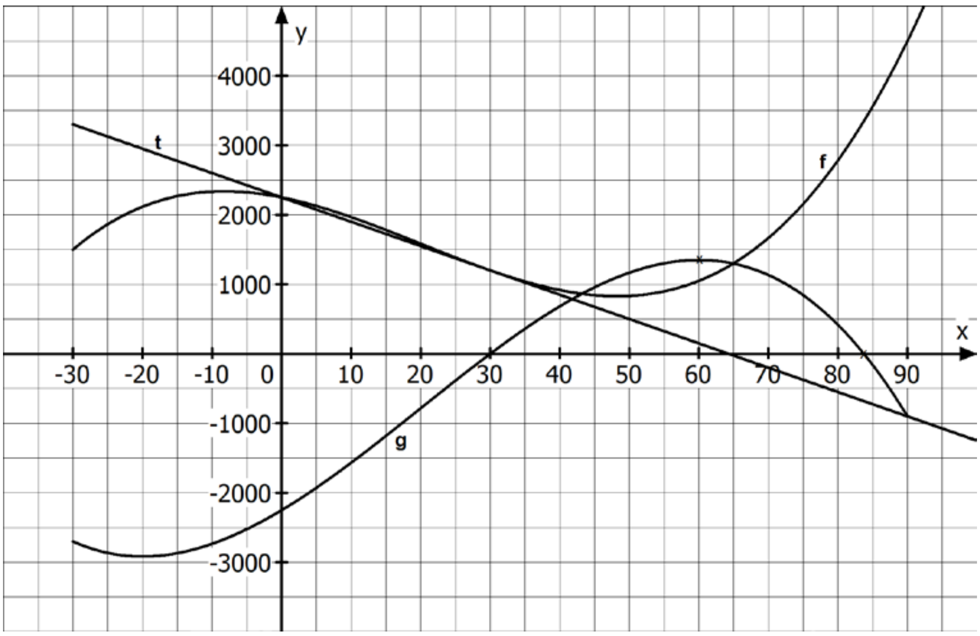
Abschlussprüfung Fachoberschule 2022
Mathematik

Senatsverwaltung für Bildung, Jugend und Familie BERLIN

Erwartungshorizont für Aufgabenvorschlag B

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe eine mögliche Lösung dar. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

Teil-aufgabe	Erwartete Teilleistung	BE in AB I	BE in AB II	BE in AB III
1.1	$S_y(0\|2250)$	1		
1.2	Für $x \to -\infty$ gehen die Funktionswerte der Funktion f gegen $-\infty$ und für $x \to +\infty$ gehen die Funktionswerte der Funktion f gegen $+\infty$, da der größte Exponent von x ungerade ist und der Leitkoeffizient größer als 0 ist.	3		
1.3	$t(x) = \mathrm{m} \cdot x + \mathrm{n}$ $f(30) = 1200$ $m = f'(30)$ mit $f'(x) = \frac{1}{20}x^2 - 2x - 20$ $m = -35$ $\Rightarrow 1200 = -35 \cdot 30 + n$ $\Rightarrow n = 2250$ $\Rightarrow t(x) = -35 \cdot x + 2250$ Tangente in das Koordinatensystem einzeichnen.	1	5	
1.4	$g(x) = 40x - f(x) = 40x - (\frac{1}{60}x^3 - x^2 - 20x + 2250)$ $g(x) = -\frac{1}{60}x^3 + x^2 + 60x - 2250$	2		
1.5	$g(x) = 0$ $0 = -\frac{1}{60}x^3 + x^2 + 60x - 2250 \quad \| : \left(-\frac{1}{60}\right)$ $0 = x^3 - 60x^2 - 3600x + 135000$ Polynomdivision/Hornerschema mit $x_{N_1} = 30$: $(x^3 - 60x^2 - 3600x + 135000) : (x - 30) = x^2 - 30x - 4500$ $\Rightarrow \quad 0 = x^2 - 30x - 4500$ $\Rightarrow \quad$ p-q-Formel: $x_{N_2} \approx 83{,}74$ und $x_{N_3} \approx -53{,}74$ (nicht relevant)		8	

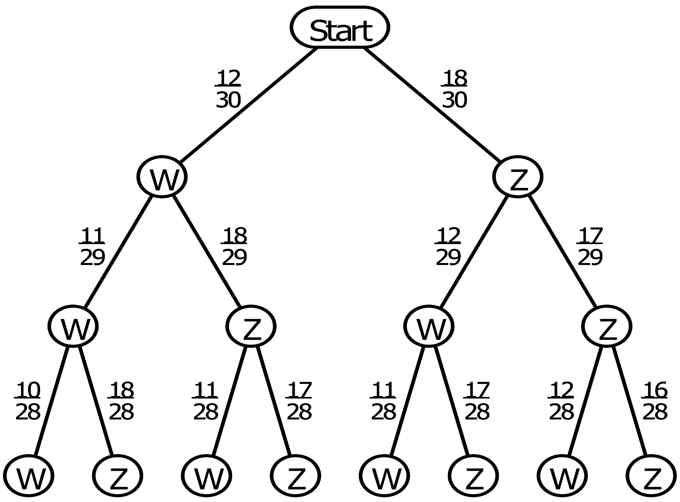
<table>
<tr><th rowspan="2">Teil-
aufgabe</th><th rowspan="2">Erwartete Teilleistung</th><th colspan="3">BE in AB</th></tr>
<tr><th>I</th><th>II</th><th>III</th></tr>
<tr><td>1.6</td><td>$g'(x) = -\frac{1}{20}x^2 + 2x + 60$
$g''(x) = -\frac{1}{10}x + 2$
<u>Notwendige Bedingung: $g'(x) = 0$</u>
$0 = -\frac{1}{20}x^2 + 2x + 60 \mid : \left(-\frac{1}{20}\right)$
$0 = x^2 - 40x - 1200$
$\Rightarrow$ p-q-Formel: $x_{E_1} = 60$ und $x_{E_2} = -20$
<u>Hinreichende Bedingung: $g'(x) = 0,\ g''(x) \neq 0$</u>
$g''(60) = -4 < 0 \Rightarrow$ relatives Maximum (Hochpunkt)
$g''(-20) = 4 > 0 \Rightarrow$ relatives Minimum (Tiefpunkt)
$g(60) = 1350 \Rightarrow H(60 \mid 1350)$</td><td></td><td>9</td><td></td></tr>
<tr><td>1.7</td><td><table><tr><td>x</td><td>-30</td><td>-10</td><td>10</td><td>30</td><td>70</td><td>100</td></tr><tr><td>$g(x)$</td><td>-2700</td><td>-2733</td><td>-1566</td><td>0</td><td>3040</td><td>-900</td></tr></table></td><td>2</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>1.8</td><td>
</td><td>4</td><td></td><td></td></tr>
</table>

Teil-aufgabe	Erwartete Teilleistung	BE in AB		
		I	II	III
1.9	$g(x) = 40x - f(x)$ $g'(x) = 40 - f'(x)$ $g''(x) = -f''(x) \quad \Longrightarrow g''(x_W) = -f''(x_W) = 0$ (notwendige Bedingung), da $f''(x_W) = 0$. $g'''(x) = -f'''(x) \quad \Longrightarrow g'''(x_W) = -f'''(x_W) \neq 0$ (hinreichende Bedingung), da $f'''(x_W) \neq 0$. Weitere Wendepunkte sind nicht möglich, da g und f jeweils Funktionen 3. Grades sind.			5
	Mögliche BE	13	22	5
	Summe Aufgabe	40		

Teilaufgabe	Erwartete Teilleistung	BE in AB I	BE in AB II	BE in AB III
2.1	Nullstellen: $0 = \frac{1}{2}x^2 - x + \frac{1}{2} \quad / \cdot 2$ $0 = x^2 - 2x + 1$ $x_{1/2} = 1 \pm \sqrt{1-1}$ $x_{N1} = 1$; $N_1(1\|0)$ $0 = \frac{1}{2}(x-9)^2$ $0 = x - 9$ $x_{N2} = 9$; $N_2(9\|0)$ Schnittpunkt: $\frac{1}{2}x^2 - x + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}(x-9)^2$ $\frac{1}{2}x^2 - x + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}x^2 - 9x + 40{,}5$ $f(5) = \frac{1}{2} \cdot 5^2 - 5 + \frac{1}{2} = 8$ $x_S = 5$; $S(5\|8)$	8		
2.2	$A_1 = A_f + A_g = \int_1^5 f(x)\,dx + \int_5^9 g(x)\,dx$ $A_1 = \left[\frac{1}{6}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 0{,}5x\right]_1^5 + \left[\frac{1}{6}x^3 - \frac{9}{2}x^2 + 40{,}5x\right]_5^9$ $A_1 = F(5) - F(1) + G(9) - G(5)$ $A_1 = \frac{65}{6} - \frac{1}{6} + \frac{243}{2} - \frac{665}{6} = \frac{32}{3} + \frac{32}{3} = \frac{64}{3}$ $A_1 \approx 21{,}333$ FE Der Flächeninhalt A_1 beträgt 21,333 FE.		6	
2.3	$A_{\text{Dreieck}} = \frac{g \cdot h}{2} = \frac{(9-1) \cdot 8}{2} = 32$ FE Die Fläche des gleichschenkligen Dreiecks beträgt 32 Flächeneinheiten.	2		
	$A_{\text{Dreieck}} - A_1 \approx 32\text{ FE} - 21{,}33\text{ FE} \approx 10{,}67\text{ FE}$ $\frac{100\ \%}{A_{\text{Dreieck}}} \cdot (A_{\text{Dreieck}} - A_1) = \frac{100\ \%}{32\text{ FE}} \cdot 10{,}67\text{ FE} \approx 33\ \%$			2

<table>
<tr><th rowspan="2">Teil-aufgabe</th><th rowspan="2">Erwartete Teilleistung</th><th colspan="3">BE in AB</th></tr>
<tr><th>I</th><th>II</th><th>III</th></tr>
<tr><td>2.4</td><td>$3{,}125 = a\cdot 3{,}5^2 + 3{,}5 + c$
$3{,}125 = a\cdot 6{,}5^2 + 6{,}5 + c$

$3{,}125 = 12{,}25a + 3{,}5 + c$
$3{,}125 = 42{,}25a + 6{,}5 + c$
Einsetzungsverfahren oder Additionsverfahren
$c = -12{,}25a - 0{,}375$ $0 = -30a - 3$
$3{,}125 = 42{,}25a + 6{,}5 - 12{,}25a - 0{,}375$ $3 = -30a$
$\Rightarrow a = -0{,}1$ $\Rightarrow a = 0{,}1$
$c = -12{,}25\cdot(-0{,}1) - 0{,}375$
$\Rightarrow c = 0{,}85$
$h(x) = -0{,}1x^2 + x + 0{,}85$</td><td></td><td></td><td>5</td></tr>
<tr><td>2.5</td><td>$A_2 = \int_{3,5}^{5} f(x) - h(x)\,\mathrm{d}x + \int_{5}^{6,5} g(x) - h(x)\,\mathrm{d}x$
$f(x) - h(x) = 0{,}6x^2 - 2x - 0{,}35$
$g(x) - h(x) = 0{,}6x^2 - 10x + 39{,}65$
$A_2 = \int_{3,5}^{5} 0{,}6x^2 - 2x - 0{,}35\,\mathrm{d}x + \int_{5}^{6,5} 0{,}6x^2 - 10x + 39{,}65\,\mathrm{d}x$
$A_2 = \left[\frac{1}{5}x^3 - x^2 - 0{,}35x\right]_{3,5}^{5} + \left[\frac{1}{5}x^3 - 5x^2 + 39{,}65x\right]_{5}^{6,5}$
$A_2 = \left(\frac{1}{5}\cdot 5^3 - 5^2 - 0{,}35\cdot 5\right) - \left(\frac{1}{5}\cdot 3{,}5^3 - 3{,}5^2 - 0{,}35\cdot 3{,}5\right)$
$+ \left(\frac{1}{5}\cdot 6{,}5^3 - 5\cdot 6{,}5^2 + 39{,}65\cdot 6{,}5\right) - \left(\frac{1}{5}\cdot 5^3 - 5\cdot 5^2 + 39{,}65\cdot 5\right)$
$A_2 = 6{,}3$ FE</td><td></td><td>7</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>Mögliche BE</td><td>10</td><td>13</td><td>7</td></tr>
<tr><td></td><td>Summe Aufgabe</td><td colspan="3">30</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th rowspan="2">Teil-
aufgabe</th><th rowspan="2">Erwartete Teilleistung</th><th colspan="3">BE in AB</th></tr>
<tr><th>I</th><th>II</th><th>III</th></tr>
<tr><td>3.1</td><td>W: Wasser
Z: Zitronenlimonade

</td><td></td><td>7</td><td></td></tr>
<tr><td>3.2</td><td>$P(\text{WWW,ZZZ}) = \frac{12}{30}\cdot\frac{11}{29}\cdot\frac{10}{28} + \frac{18}{30}\cdot\frac{17}{29}\cdot\frac{16}{28} = \frac{37}{145} \approx 0{,}2552$
Mit einer Wahrscheinlichkeit von ungefähr 25,52 % werden drei gleiche Flaschen entnommen.</td><td></td><td>2</td><td></td></tr>
<tr><td>3.3</td><td>$P(\text{WZZ,ZWZ,ZZW}) = \frac{12}{30}\cdot\frac{18}{29}\cdot\frac{17}{28} + \frac{18}{30}\cdot\frac{12}{29}\cdot\frac{17}{28} + \frac{18}{30}\cdot\frac{17}{29}\cdot\frac{12}{28} \approx 0{,}4522$
Mit einer Wahrscheinlichkeit von 45,22 % enthält genau eine der drei Flaschen Wasser.</td><td></td><td>2</td><td></td></tr>
<tr><td>3.4</td><td>$1 - P(\text{ZZZ}) = 1 - \frac{18}{30}\cdot\frac{17}{29}\cdot\frac{16}{28} = \frac{811}{1015} \approx 0{,}7990$

Mit einer Wahrscheinlichkeit von 79,90 % enthält mindestens eine der drei Flaschen Wasser.</td><td></td><td>3</td><td></td></tr>
<tr><td>3.5</td><td>K: Kind W: Würstchen
E: Elternteil G: Grillkäse

auch andere Beschriftungen sind möglich
<table>
<tr><th></th><th>K</th><th>E</th><th>∑</th></tr>
<tr><td>W</td><td>9</td><td>3</td><td>12</td></tr>
<tr><td>G</td><td>6</td><td>7</td><td>13</td></tr>
<tr><td>∑</td><td>15</td><td>10</td><td>25</td></tr>
</table></td><td>5</td><td></td><td></td></tr>
</table>

Teil-aufgabe	Erwartete Teilleistung	BE in AB		
		I	II	III
3.6	$P(E_1) = \frac{12}{25} = 0{,}48$ Mit einer Wahrscheinlichkeit von 48 % isst die Person gern Würstchen. $P(E_2) = \frac{6}{25} = 0{,}24$ Mit einer Wahrscheinlichkeit von 24 % ist die Person ein Kind, das am liebsten Grillkäse isst.		4	
3.7	$P_W(K) = \frac{9}{12} = \frac{3}{4} = 0{,}75$ Unter den Personen, die am liebsten Grillwürstchen essen, sind 75 % Kinder.		2	
3.8	$P(W) = P_K(W)$ dann sind die Ereignisse stochastisch unabhängig $P(W) = \frac{12}{25} = 0{,}48$ $P_K(W) = \frac{9}{15} = 0{,}6$ $0{,}48 \neq 0{,}6$; $P(W) \neq P(W \cap K)$ Die Ereignisse sind stochastisch abhängig.			5
	Mögliche BE	5	20	5
	Summe Aufgabe	30		