# Abschlussprüfung
# an der Berufsoberschule im Schuljahr 2019/2020

| Fach | Mathematik (A) |
|---|---|
| **Nur für die Lehrkraft** | |
| **Prüfungstag** | 18. Mai 2020 |
| **Prüfungszeit** | 09:00 – 13:00 Uhr |
| **Zugelassene Hilfsmittel** | Nicht graphikfähiger Taschenrechner mit gelöschtem Programmierteil, kein CAS-Rechner, Handbuch/Gebrauchsanleitung muss vorliegen, Formelsammlung, Rechtschreib-Wörterbuch (siehe Aufgabendeckblatt) |
| **Allgemeine und spezielle Arbeitshinweise** | Beachten Sie bitte das Schülerdeckblatt. |
| **Erwartungs-horizonte** | Die Beschreibungen der erwarteten Leistungen enthalten keine vollständigen Lösungen, sondern nur kurze Angaben. Hier nicht genannte, aber gleichwertige Lösungswege sind gleichberechtigt.<br>Die aufgeführten Lösungswege zeigen immer nur eine Variante auf. Für andere Lösungswege oder Lösungsansätze, die schlüssig dargestellt werden und zu richtigen Zwischen- oder Endergebnissen führen, sind die vorgesehenen Bewertungseinheiten (BE) entsprechend zu vergeben. Wird jedoch der im Erwartungshorizont dargestellte Lösungsweg vom Prüfling verwendet, so sind die BE in der angegebenen Weise aufzuteilen. Damit die Möglichkeit besteht, den eigenen didaktischen Aspekten bei der Bewertung genug Raum zu geben, werden in der Regel die BE nicht kleinschrittig zugeordnet. Die Summe der BE pro Teilaufgabe ist verbindlich.<br>Sind Zwischenergebnisse nicht korrekt ermittelt worden und die sich auf diesen Zwischenergebnissen aufbauenden weiteren Lösungswege schlüssig und nicht mit neuen Fehlern versehen, so sind die BE entsprechend zu erteilen (Folgefehler). Dieses Vorgehen ist nicht anzuwenden, wenn eine offensichtlich nicht sinnvolle Lösung unkommentiert bleibt oder der Lösungsweg durch den Fehler erheblich einfacher geworden ist.<br>Die Verwendung von entsprechenden Operatoren in den Aufgabenstellungen erfordert vom Prüfling schriftliche Erläuterungen seiner Überlegungen. Bei der Bewertung dieser Erläuterungen, auf deren Darstellung im Erwartungshorizont weitgehend verzichtet wird, kann die Lehrkraft ihren pädagogischen Spielraum nutzen und sich an ihrer bisherigen Unterrichtspraxis orientieren. Im Erwartungshorizont wird teilweise auf formale mathematische Vollständigkeit verzichtet, wenn diese vom Schüler in der Regel nicht unbedingt zu erwarten ist. |

| Aufgabe Nr. | Soll |
|---|---|
| 1 | 34 |
| 2 | 33 |
| 3 | 33 |
| **Summe:** | 100 |

**Abschlussprüfung Berufsoberschule 2020**
**Mathematik**

**Aufgabenvorschlag A**

## 1 Exponentialfunktionen **/34**

Gegeben ist die Funktion $f$ mit $f(x) = 2e^{-0,5x} - 2e^{-3x}$.

**1.1** Zeigen Sie, dass **/6**
$f'(x) = -e^{-0,5x} + 6e^{-3x}$ die 1. Ableitung der Funktion $f$ ist und
$f''(x) = 0,5e^{-0,5x} - 18e^{-3x}$ die 2. Ableitung der Funktion $f$ ist.

**1.2** Der Graph von $f$ hat einen Extrempunkt. **/6**
Ermitteln Sie Lage und Art dieses Extrempunkts.
*[Zur Kontrolle: H (0,72|1,16)]*

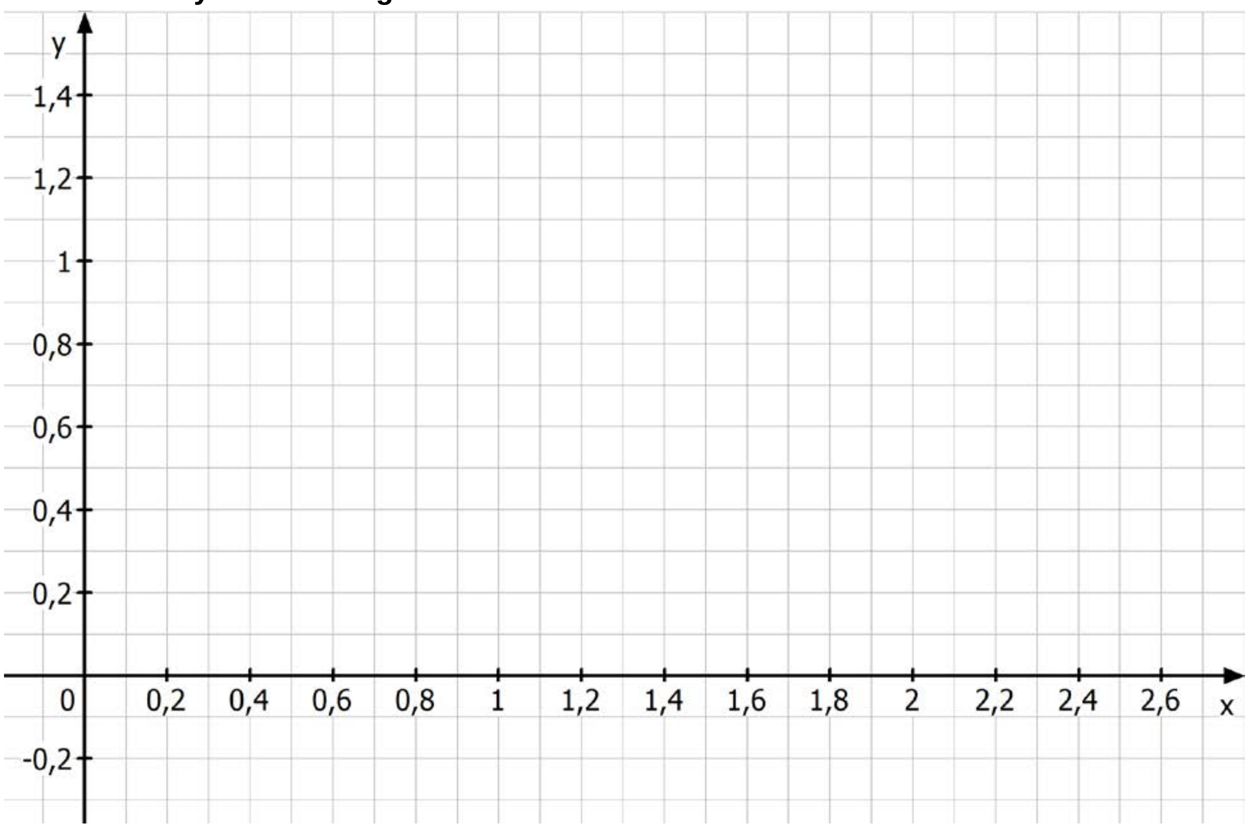
**1.3** Zeigen Sie, dass der Wendepunkt des Graphen von $f$ an der Stelle $x_W \approx 1,43$ liegt. **/3**
Ermitteln Sie die *y*-Koordinate des Wendepunkts.
*[Hinweis: Auf den Nachweis mit Hilfe der 3. Ableitung kann verzichtet werden.]*

**1.4** Zeichnen Sie den Funktionsgraphen von $f$ im Intervall [0; 2,5] mit Hilfe Ihrer Ergebnisse sowie der folgenden Wertetabelle. **/6**

**Wertetabelle zu 1.4:**

| *x* | 0 | 0,1 | 0,5 | 1 | 1,5 | 2 | 2,5 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ***f*(*x*)** | | | 1,11 | | 0,92 | | 0,57 |

**Koordinatensystem zu Aufgabe 1.4:**




**Fortsetzung auf der nächsten Seite →**

Ein Medikament wird nach der Einnahme ($x$ = 0) langsam vom Körper aufgenommen und dann im Laufe der Zeit wieder abgebaut. Die Konzentration des Medikaments im Blut (in mg / l) kann durch die Funktion $f$ beschrieben werden. Dabei ist $x$ die Zeit in Stunden nach der Einnahme.

**1.5** Geben Sie an, nach welcher Zeit (nach der Einnahme) die Konzentration des Medikaments am höchsten ist. **/3**

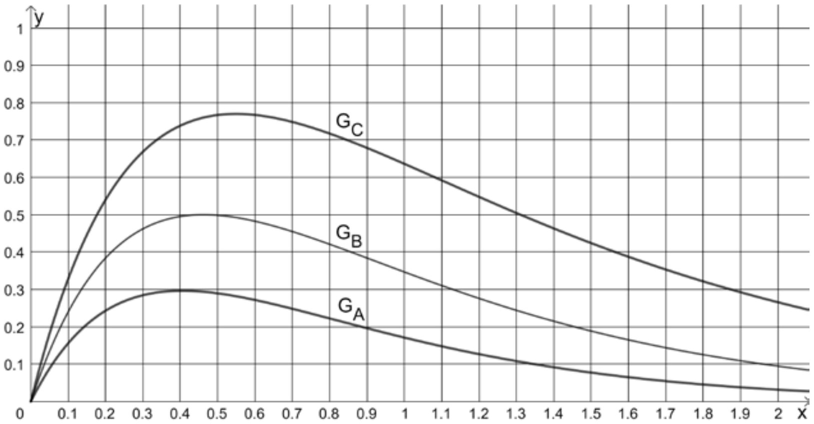
Geben Sie an, nach welcher Zeit (nach der Einnahme) die Konzentration des Medikaments am stärksten abnimmt.

Beschriften Sie den Einnahmezeitpunkt im Koordinatensystem.

**1.6** Das Medikament wirkt, wenn die Konzentration mindestens 0,6 mg/l beträgt. Bestimmen Sie anhand des Graphen den Zeitraum, in dem das Medikament wirkt. Kennzeichnen Sie diesen Zeitraum auf der x-Achse. **/4**

Die Funktion $f$ ist eine Funktion vom Typ $f_a(x) = 2\,(e^{-ax} - e^{-3x})$ mit $a \geq 0$.

Die Abbildung zeigt einige Scharkurven zu $f_a(x) = 2\,(e^{-ax} - e^{-3x})$.




**1.7** Ordnen Sie zu, welcher der Graphen $G_A$, $G_B$ und $G_C$ zu den Parametern $a = 1$, $a = 1{,}5$ und $a = 2$ gehört. Erläutern Sie Ihr Vorgehen. **/6**

## 2 Gebrochenrationale Funktionen /33

Gegeben ist die Funktion *f* durch die Gleichung $f(x) = \frac{3x^2 - 1}{6x^4 + 2}$.

Der Graph der Funktion ist $G_f$.

**2.1** Begründen Sie, dass die Funktion *f* für alle $x \in \mathbb{R}$ definiert werden kann. /4
Zeigen Sie, dass der Graph der Funktion *f* achsensymmetrisch zur *y*-Achse ist.
Geben Sie das Verhalten von $G_f$ für $x \to \pm\infty$ an.

**2.2** Berechnen Sie die Koordinaten der Schnittpunkte des Graphen der Funktion *f* mit den Koordinatenachsen. /4
Geben Sie diese an.

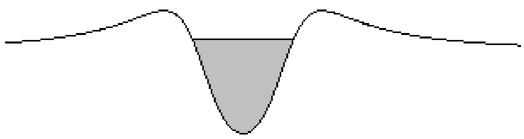
**2.3** Zeigen Sie, dass gilt: $f'(x) = \frac{-36x \cdot \left(x^4 - \frac{2}{3}x^2 - \frac{1}{3}\right)}{(6x^4 + 2)^2}$. /11
Berechnen Sie Lage und Art der Extrempunkte von $G_f$.
[*Ohne Nachweis dürfen Sie verwenden:* $f''(x) = \frac{24 \cdot (27x^8 - 30x^6 - 36x^4 + 6x^2 + 1)}{(6x^4 + 2)^3}$]

**2.4** Ergänzen Sie die Wertetabelle. /6

| ***x*** | 0 | 0,5 | 1 | 1,5 | 2 | 2,5 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ***f(x)*** | | - 0,11 | | 0,18 | | | 0,05 |

Zeichnen Sie unter Verwendung Ihrer bisherigen Ergebnisse den Graphen der Funktion *f* im Intervall $-3 \le x \le 3$ in das **Koordinatensystem auf der nächsten Seite**.

Der Graph der Funktion *f* kann als Querschnitt eines Kanals interpretiert werden.
Der Abstand zwischen der Wasseroberfläche und dem tiefsten Punkt des Kanals wird als Wassertiefe bezeichnet.
(siehe Abbildung, nicht maßstabsgerecht; 1 LE = 10 m).



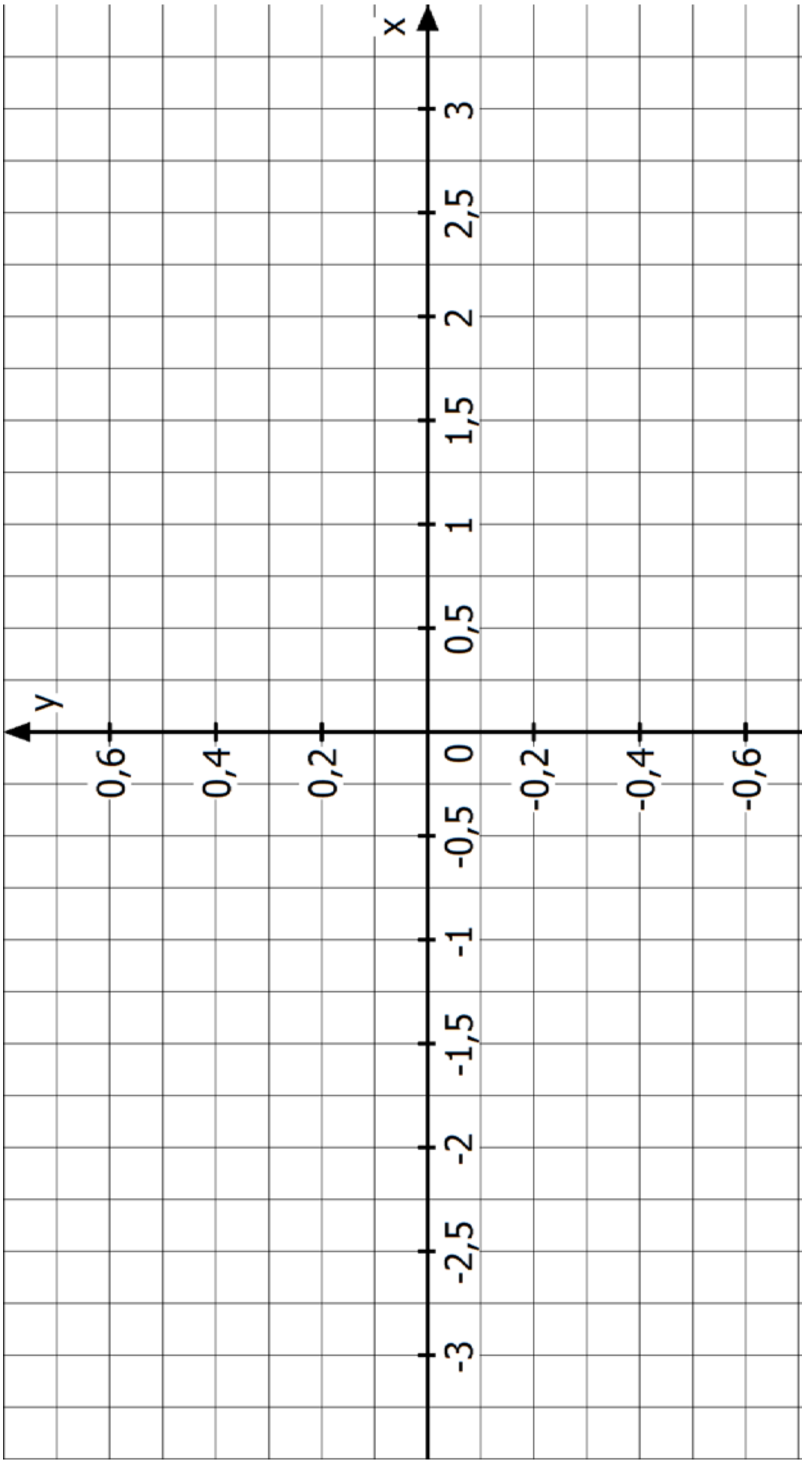
**2.5** Geben Sie an, wie groß die Wassertiefe maximal sein kann. /4
In diesem Fall kann die Querschnittsfläche in grober Näherung als ein Dreieck angesehen werden.
Berechnen Sie einen Näherungswert für den Inhalt der Querschnittsfläche.

**Fortsetzung auf der nächsten Seite →**

**2.6** Um die Breite der Wasseroberfläche zu bestimmen, wenn der Kanal eine Wassertiefe von 6,4 m besitzt, wird der folgende Ansatz gewählt: $f(x) = 0{,}14$. Begründen Sie, dass dieser Ansatz richtig ist. **/4**

Die Gleichung, die aus diesem Ansatz folgt, hat vier Lösungen:
$x \approx \pm 1{,}75$ und $x \approx \pm 0{,}70$ (Dies müssen Sie nicht nachweisen.).
Berechnen Sie, wie breit die Wasseroberfläche im Kanal ist, wenn die Wassertiefe 6,4 m beträgt.

**Koordinatensystem zu Aufgabe 2.4:**



## 3 Analytische Geometrie /33

In Rostock gibt es die Wohnanlage „Sägezahnhaus“ (siehe Abbildung 1).
Die nach Süden ausgerichteten schrägen Dachflächen bestehen komplett aus Sonnenkollektoren zur Wärmegewinnung, zwischen den Dächern befinden sich in 11 m Höhe über der Grundfläche 5,50 m breite Terrassen.

Abbildung 1

In der stark vereinfachten Modellzeichnung der letzten beiden Hauselemente (Abbildung 2) liegen die Hausgrundfläche in der $x$-$y$-Ebene sowie die Rückseite in der $y$-$z$-Ebene.

Die $y$-Achse zeigt genau in Südrichtung.
(1 LE = 1 m)
Folgende Punkte sind gegeben:

| | |
|---|---|
| $A\,(11\|13{,}5\|19)$ | $B\,(11\|21{,}5\|12{,}5)$ |
| $C\,(0\|21{,}5\|12{,}5)$ | $D\,(0\|13{,}5\|19)$ |
| $K\,(11\|27\|11)$ | $I(0\|27\|11)$ |

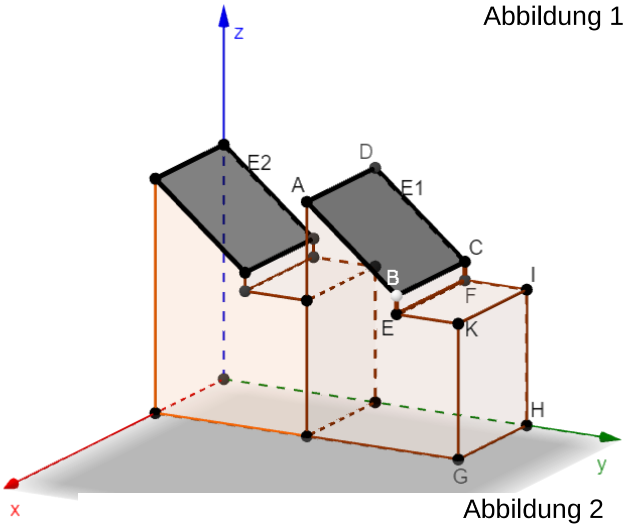



Abbildung 2

**3.1** Das Viereck *ABCD* wird komplett mit Sonnenkollektoren ausgefüllt. **/7**
Weisen Sie nach, dass *ABCD* ein Rechteck ist.
Berechnen Sie den Flächeninhalt dieses Rechtecks.

**3.2** Die Sonnenkollektoren des einen Hauselements liegen in der Ebene $E_1$, die durch die Punkte $A$, $B$ und $D$ bestimmt wird. **/7**
Ermitteln Sie für diese Ebene sowohl eine Gleichung in Parameterform als auch eine Gleichung in Koordinatenform.
[*Zur Kontrolle: Eine mögliche Lösung ist* $E_1: 71{,}5y + 88z = 2637{,}25$]

**3.3** Weisen Sie nach, dass der Punkt $I$ nicht in der Ebene $E_1$ liegt. **/2**

**3.4** Die Dachfläche des anderen Hauselements liegt in der Ebene $E_2$ mit der Gleichung **/5**

$$E_2: \left(\vec{x} - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 19 \end{pmatrix}\right) \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 143 \\ 176 \end{pmatrix} = 0\,.$$

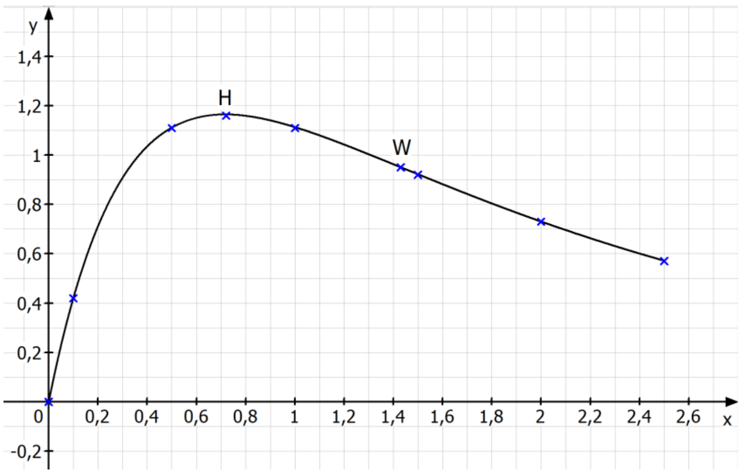
Zeigen Sie, dass beide Dachflächen parallel zueinander sind.
Ermitteln Sie den Abstand der beiden Ebenen, in denen die Dachflächen liegen.

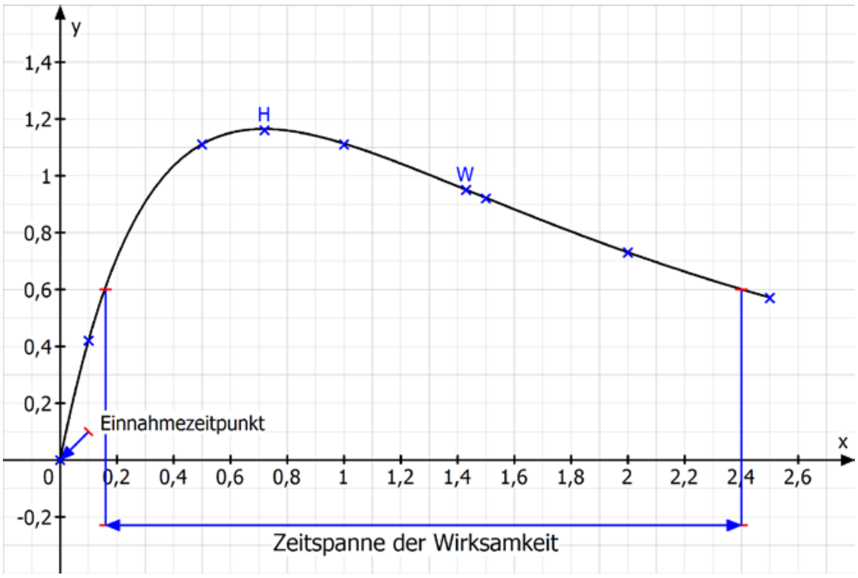
**3.5** Berechnen Sie den Neigungswinkel $\alpha$ der Dachflächen gegenüber der Erdoberfläche. **/5**

**3.6** Entlang der $y$-Achse läuft ein Kind aus Richtung Süden auf das Haus zu. Die Augen des Kindes befinden sich dabei stets in einer Höhe von 1,40 m. **/7**
Bis zu welcher Entfernung vom Haus kann das Kind den oberen Rand der Kollektorfläche noch sehen?

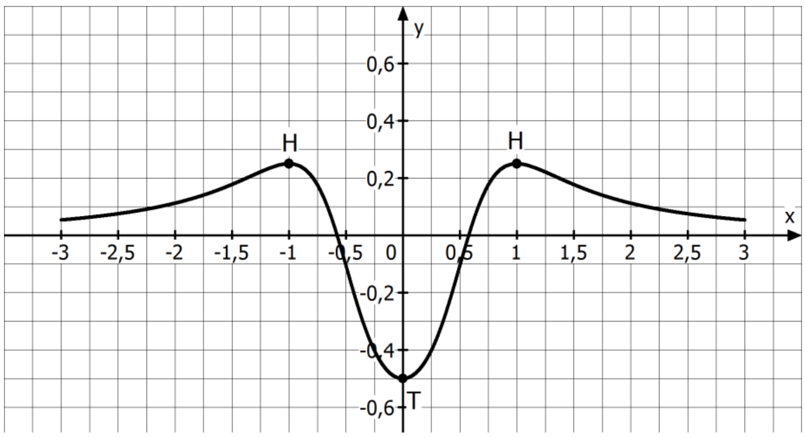
## Abschlussprüfung Berufsoberschule 2020
## Mathematik

**Erwartungshorizont für Aufgabenvorschlag A**

| Teilaufgabe | Beschreibung der erwarteten Schülerleistung | BE/AB I | BE/AB II | BE/AB III |
|---|---|---|---|---|
| 1.1 | $f(x)=2e^{-0,5x}-2e^{-3x}$<br>$f'(x)=2(-0,5)e^{-0,5x}-2(-3)e^{-3x}$<br>$f'(x)=-e^{-0,5x}+6e^{-3x}$<br><br>$f'(x)=-e^{-0,5x}+6e^{-3x}$<br>$f''(x)=-1(-0,5)e^{-0,5x}+6(-3)e^{-3x}$<br>$f''(x)=0,5\,e^{-0,5x}-18e^{-3x}$ | 3<br><br>3 | | |
| 1.2 | $x_E$ ist Extremstelle von $f$, wenn $f'(x_E)=0$ und $f''(x_E)\neq 0$ ist.<br><br>$f'(x_E)=0$<br>$0=-e^{-0,5x}+6e^{-3x}$<br>$e^{-0,5x}=6e^{-3x}$<br>$e^{2,5x}=6$<br>$2,5x=\ln(6)$<br>$x_E\approx 0,72$<br><br>$f''(0,72)\approx -1,73<0 \Rightarrow$ HP<br><br>$H(0,72 \mid 1,16)$ | | 3<br><br>2<br><br>1 | |
| 1.3 | $f''(x_W)=0,5e^{-0,5\cdot 1,43}-18e^{-3\cdot 1,43}\approx 0 \Rightarrow$ WP<br>$f(x_W)=2e^{-0,5\cdot 1,43}-2e^{-3\cdot 1,43}\approx 0,95 \Rightarrow y_W\approx 0,95$<br>Alternative Lösung mit dem Ansatz $f''(x)=0$ und Lösung der Exponentialgleichung ist ebenfalls möglich. | | 3 | |
| 1.4 | $x$: 0, 0,1, 0,5, 1, 1,5, 2, 2,5<br>$f(x)$: **0**, **0,42**, 1,11, **1,11**, 0,92, **0,73**, 0,57<br> | 2<br><br>4 | | |
| 1.5 | Höchste Konzentration: nach 0,72 Stunden<br>Stärkste Abnahme der Konzentration: nach 1,43 Stunden<br>Kennzeichnung siehe Abbildung bei 1.6 | | 1<br>1<br>1 | |

| Teil-aufgabe | Beschreibung der erwarteten Schülerleistung | BE/AB I | BE/AB II | BE/AB III |
|---|---|---|---|---|
| 1.6 | Beginn: nach ca. 0,16 Stunden<br>Ende: nach ca. 2,4 Stunden<br>Zeichnung für 1.5 und 1.6<br><br> | | 2<br><br>2 | |
| 1.7 | Ich habe frei gewählte *x*-Werte eingesetzt z.B. $x=1$:<br>für $a=1$: $f_1(1)=2\,(e^{-1}-e^{-3})\approx 0{,}64$<br>für $a=1{,}5$: $f_{1,5}(1)=2\,(e^{-1{,}5}-e^{-3})\approx 0{,}35$<br>für $a=2$: $f_2(1)=2\,(e^{-2}-e^{-3})\approx 0{,}17$<br>Diese habe ich mit der Abbildung verglichen, daraus ergibt sich:<br>$f_1(x)$ also $a=1$ ist $G_C$<br>$f_{1,5}(x)$ also $a=1{,}5$ ist $G_B$<br>$f_2(x)$ also $a=2$ ist $G_A$<br>Alternative Vorgehensweisen sind ebenfalls zulässig. | | | 6 |
| | **Summen der BE in den Anforderungsbereichen** | **12** | **16** | **6** |
| | **Summe der BE** | | **34** | |

| Teil-aufgabe | Beschreibung der erwarteten Schülerleistung | BE/AB | | |
|---|---|---|---|---|
| | | I | II | III |
| 2.1 | Die Nennerfunktion kann nie Null werden, da für jedes $x \in \mathbb{R}$ gilt:<br>$6x^4 + 2 > 0$<br>$f(-x) = \frac{3(-x)^2 - 1}{6(-x)^4 + 2} = \frac{3x^2 - 1}{6x^4 + 2} = f(x) \quad \Rightarrow$ Achsensymmetrie zur *y*-Achse<br>(auch alternative Begründungen sind möglich)<br>$\lim\limits_{x \to \pm\infty} f(x) = 0$ | 1<br>2<br>1 | | |
| 2.2 | $f(0) = -\frac{1}{2} \Rightarrow S_y\left(0 \middle\vert -\frac{1}{2}\right)$<br>$f(x_0) = 0 \Rightarrow 0 = 3x^2 - 1 \Rightarrow x_0 = \pm\sqrt{\frac{1}{3}} \Rightarrow S_x\left(\pm\sqrt{\frac{1}{3}} \middle\vert 0\right)$ | 1<br>3 | | |
| 2.3 | $f'(x) = \frac{6x \cdot (6x^4 + 2) - 24x^3 \cdot (3x^2 - 1)}{(6x^4 + 2)^2} = \frac{-36x^5 + 24x^3 + 12x}{(6x^4 + 2)^2}$<br>$f'(x) = \frac{-36x\left(x^4 - \frac{2}{3}x^2 - \frac{1}{3}\right)}{(6x^4 + 2)^2}$<br>$f'(x_E) = 0 \Rightarrow -36x\left(x^4 - \frac{2}{3}x^2 - \frac{1}{3}\right) = 0 \Rightarrow x_1 = 0$<br>Aus $x^4 - \frac{2}{3}x^2 - \frac{1}{3} = 0 \Rightarrow z_{1,2} = \frac{1}{3} \pm \sqrt{\frac{1}{9} + \frac{1}{3}} \Rightarrow z_1 = 1, z_2 = -\frac{1}{3}$ entfällt<br>$\Rightarrow x_{2,3} = \pm 1$ und $f''(\pm 1) < 0 \Rightarrow H\left(\pm 1 \middle\vert \frac{1}{4}\right)$<br>$\Rightarrow x_1 = 0$ und $f''(0) > 0 \Rightarrow T\left(0 \middle\vert -\frac{1}{2}\right)$ | | 3<br>8 | |

<table>
<tr><th rowspan="2">Teil-aufgabe</th><th rowspan="2">Beschreibung der erwarteten Schülerleistung</th><th colspan="3">BE/AB</th></tr>
<tr><th>I</th><th>II</th><th>III</th></tr>
<tr><td>2.4</td><td>Ergänzung der Wertetabelle:
<table>
<tr><td>x</td><td>0</td><td>0,5</td><td>1</td><td>1,5</td><td>2</td><td>2,5</td><td>3</td></tr>
<tr><td>f(x)</td><td>- 0,5</td><td>- 0,11</td><td>0,25</td><td>0,18</td><td>0,11</td><td>0,08</td><td>0,05</td></tr>
</table>

</td><td>2</td><td>4</td><td></td></tr>
<tr><td>2.5</td><td>$\Delta y = 0{,}5 + 0{,}25 = 0{,}75$<br>Die Wassertiefe kann maximal 7,5 m betragen.<br>Aus $A = \frac{g \cdot h}{2}$ mit $g = 2 \cdot x_H = 2$ und $h = \Delta y = 0{,}75$ folgt $A = 0{,}75$ und somit eine Querschnittsfläche von 75 $m^2$.</td><td></td><td>2<br>2</td><td></td></tr>
<tr><td>2.6</td><td>$6{,}4\,\text{m} \mathrel{\hat{=}} 0{,}64\,\text{LE} \Rightarrow 0{,}64 - y_T = 0{,}64 - 0{,}5 = 0{,}14 \Rightarrow f(x) = 0{,}14$<br>Die geeigneten Lösungen sind $x \approx \pm 0{,}70$, da sie im Innenbereich des Kanals liegen.<br>Wenn die Wassertiefe 6,4 m beträgt, ist die Wasseroberfläche ca. 14 m breit.</td><td></td><td></td><td>4</td></tr>
<tr><td></td><td>Summen der BE in den Anforderungsbereichen</td><td>10</td><td>19</td><td>4</td></tr>
<tr><td></td><td>Summe der BE</td><td colspan="3">33</td></tr>
</table>

| Teil-aufgabe | Beschreibung der erwarteten Schülerleistung | BE/AB | | |
|---|---|---|---|---|
| | | I | II | III |
| 3.1 | Rechteck: gegenüberliegende Seiten gleichlang und parallel, rechter Winkel<br>Parallelität: $\overrightarrow{DC} = \begin{pmatrix} 0-0 \\ 21{,}5-13{,}5 \\ 12{,}5-19 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 8 \\ -6{,}5 \end{pmatrix} = \overrightarrow{AB}$<br>$\Rightarrow$ die gegenüberliegenden Vektoren sind gleichlang und parallel<br>Winkel: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = \begin{pmatrix} 0 \\ 8 \\ -6{,}5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -11 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = 0 \;\Rightarrow\; \overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{AD}$<br>Das Viereck ist ein Rechteck.<br><br>Flächeninhalt:<br>$\left\|\overrightarrow{AB}\right\| = \sqrt{8^2 + (-6{,}5)^2} \approx 10{,}31 \text{ LE} \mathrel{\hat{=}} 10{,}31\text{m}$<br>$\left\|\overrightarrow{AD}\right\| = \sqrt{(-11)^2} = 11 \text{ LE} \mathrel{\hat{=}} 11 \text{ m}$<br>$\Rightarrow \quad A_{\text{Rechteck}} = \left\|\overrightarrow{AB}\right\| \cdot \left\|\overrightarrow{AD}\right\| \approx 113{,}4 \text{ m}^2$ | 3 | 4 | |
| 3.2 | Richtungsvektoren der Ebene: $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 0 \\ 8 \\ -6{,}5 \end{pmatrix}$ , $\overrightarrow{AD} = \begin{pmatrix} -11 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$<br>Ebenengleichung in Parameterform:<br>$E_1 : \vec{x} = \overrightarrow{OA} + r \cdot \overrightarrow{AB} + s \cdot \overrightarrow{AD} = \begin{pmatrix} 11 \\ 13{,}5 \\ 19 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 8 \\ -6{,}5 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -11 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$<br><br>Ebenengleichung in Koordinatenform:<br>Normalenvektor: $\vec{n}_1 = \overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AD} = \begin{pmatrix} 0 \\ 71{,}5 \\ 88 \end{pmatrix}$<br>$\vec{n}_1 \cdot \vec{x} = \vec{n}_1 \cdot \overrightarrow{OA}$<br>$E_1:\ 71{,}5y + 88z = 2637{,}25$ | 7 | | |
| 3.3 | Punktprobe für $I(0\|27\|11)$:<br>$I$ in $E_1$: $71{,}5 \cdot 27 + 88 \cdot 11 = 1930{,}5 + 968 = 2898{,}5 \neq 2637{,}25$<br>$I$ liegt nicht in der Ebene $E_1$. | 2 | | |

<table>
<tr><th rowspan="2">Teil-aufgabe</th><th rowspan="2">Beschreibung der erwarteten Schülerleistung</th><th colspan="3">BE/AB</th></tr>
<tr><th>I</th><th>II</th><th>III</th></tr>
<tr><td>3.4</td><td>Gegeben: $E_2: \left(\vec{x} - \begin{pmatrix}0\\0\\19\end{pmatrix}\right) \cdot \begin{pmatrix}0\\143\\176\end{pmatrix} = 0$<br>$\overrightarrow{n_2} = \begin{pmatrix}0\\143\\176\end{pmatrix} = 2 \cdot \begin{pmatrix}0\\71{,}5\\88\end{pmatrix} = 2 \cdot \overrightarrow{n_1} \Rightarrow \overrightarrow{n_1} \parallel \overrightarrow{n_2} \Rightarrow E_1 \parallel E_2$<br>Abstand der Ebenen:<br>$A \in E_1 \Rightarrow d(E_1,E_2) = d(A,E_2)$<br>$d(A,E_2) = \left(\begin{pmatrix}11\\13{,}5\\19\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}0\\0\\19\end{pmatrix}\right) \cdot \begin{pmatrix}0\\143\\176\end{pmatrix} \cdot \frac{1}{\sqrt{143^2 + 176^2}} \approx 8{,}51\,\text{LE} \mathrel{\hat{=}} 8{,}51\,\text{m}$<br>Der Abstand der beiden Dachflächen beträgt ca. 8,51m.</td><td></td><td>2<br><br>3</td><td></td></tr>
<tr><td>3.5</td><td>Der Winkel zwischen der Erdoberflächen-Normale (also z-Achse) und der Ebenennormalen ist zu berechnen.<br>$\alpha = \angle(\overrightarrow{n_2}; \begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix})$<br>$\cos\alpha = \cos\left(\angle\left(\begin{pmatrix}0\\143\\176\end{pmatrix}; \begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}\right)\right) = \frac{0+0+176}{\sqrt{143^2+176^2} \cdot \sqrt{1^2}} \approx 0{,}776$<br>$\alpha \approx 39{,}1°$<br>Die Dachflächen haben eine Neigung von 39,1° gegenüber der Erdoberfläche.</td><td></td><td>5</td><td></td></tr>
<tr><td>3.6</td><td>Übergang Sichtbarkeit zu Nicht-Sichtbarkeit: Die Augen des Kindes befinden sich genau auf der Geraden durch die Punkte I und D, es ist gerade so noch die obere Kante der Dachfläche zu sehen.<br>Geradengleichung:<br>$g: \vec{x} = \begin{pmatrix}0\\13{,}5\\19\end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix}0-0\\27-13{,}5\\11-19\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\13{,}5\\19\end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix}0\\13{,}5\\-8\end{pmatrix}$<br>Fragestellung:<br>Für welchen y- Wert liegt der entsprechende Geradenpunkt in einer Höhe von 1,40 m, d. h. z= 1,4<br>$z = 19 + r \cdot (-8) \Rightarrow r = 2{,}2$<br>$y = 13{,}5 + 2{,}2 \cdot 13{,}5 = 43{,}2$<br>Der gesuchte Abstand zum Haus beträgt 43,20 m – 27,00 m = 16,20 m.</td><td></td><td></td><td>7</td></tr>
<tr><td></td><td>Summen der BE in den Anforderungsbereichen</td><td>12</td><td>14</td><td>7</td></tr>
<tr><td></td><td>Summe der BE</td><td colspan="3">33</td></tr>
</table>

# Abschlussprüfung
# an der Berufsoberschule im Schuljahr 2019/2020

| Fach | Mathematik (B) |
|---|---|
| **Nur für die Lehrkraft** | |
| **Prüfungstag** | 08. Juni 2020 |
| **Prüfungszeit** | 09:00 – 13:00 Uhr |
| **Zugelassene Hilfsmittel** | Nicht graphikfähiger Taschenrechner mit gelöschtem Programmierteil, kein CAS-Rechner, Handbuch/Gebrauchsanleitung muss vorliegen, Formelsammlung, Rechtschreib-Wörterbuch (siehe Aufgabendeckblatt) |
| **Allgemeine und spezielle Arbeitshinweise** | Beachten Sie bitte das Schülerdeckblatt. |
| **Erwartungs-horizonte** | Die Beschreibungen der erwarteten Leistungen enthalten keine vollständigen Lösungen, sondern nur kurze Angaben. Hier nicht genannte, aber gleichwertige Lösungswege sind gleichberechtigt.<br>Die aufgeführten Lösungswege zeigen immer nur eine Variante auf. Für andere Lösungswege oder Lösungsansätze, die schlüssig dargestellt werden und zu richtigen Zwischen- oder Endergebnissen führen, sind die vorgesehenen Bewertungseinheiten (BE) entsprechend zu vergeben. Wird jedoch der im Erwartungshorizont dargestellte Lösungsweg vom Prüfling verwendet, so sind die BE in der angegebenen Weise aufzuteilen. Damit die Möglichkeit besteht, den eigenen didaktischen Aspekten bei der Bewertung genug Raum zu geben, werden in der Regel die BE nicht kleinschrittig zugeordnet. Die Summe der BE pro Teilaufgabe ist verbindlich.<br>Sind Zwischenergebnisse nicht korrekt ermittelt worden und die sich auf diesen Zwischenergebnissen aufbauenden weiteren Lösungswege schlüssig und nicht mit neuen Fehlern versehen, so sind die BE entsprechend zu erteilen (Folgefehler). Dieses Vorgehen ist nicht anzuwenden, wenn eine offensichtlich nicht sinnvolle Lösung unkommentiert bleibt oder der Lösungsweg durch den Fehler erheblich einfacher geworden ist.<br>Die Verwendung von entsprechenden Operatoren in den Aufgabenstellungen erfordert vom Prüfling schriftliche Erläuterungen seiner Überlegungen. Bei der Bewertung dieser Erläuterungen, auf deren Darstellung im Erwartungshorizont weitgehend verzichtet wird, kann die Lehrkraft ihren pädagogischen Spielraum nutzen und sich an ihrer bisherigen Unterrichtspraxis orientieren. Im Erwartungshorizont wird teilweise auf formale mathematische Vollständigkeit verzichtet, wenn diese vom Schüler in der Regel nicht unbedingt zu erwarten ist. |

| Aufgabe Nr. | Soll |
|---|---|
| 1 | 34 |
| 2 | 33 |
| 3 | 33 |
| **Summe:** | 100 |

## Abschlussprüfung Berufsoberschule 2020
## Mathematik

### Aufgabenvorschlag B

## 1 Exponentialfunktionen /34

Für eine Tanne wurde aufgezeichnet, wie groß ihre Höhe im Laufe der Jahre wurde.
Dieser Zusammenhang kann beschrieben werden mit der Funktion

$$h(t) = 31 - (3t + 30) \cdot e^{-0{,}1t} .$$

(Dabei ist *t* der Zeitpunkt in Jahren und *h(t)* die Höhe in Metern zum Zeitpunkt *t.*)

**1.1** Ermitteln Sie, wie groß die Tanne zu Beginn der Aufzeichnung ($t = 0$) war. **/2**

**1.2** Untersuchen Sie das Verhalten von $h(t)$ für $t \to +\infty$. **/4**
Interpretieren Sie das Ergebnis im Sachzusammenhang.

**1.3** Gegeben ist die Funktion $f(t) = 0{,}3te^{-0{,}1t}$. **/4**
Weisen Sie nach, dass *f* die erste Ableitung von *h* ist.

Die Funktion *f* beschreibt die momentane Wachstumsgeschwindigkeit der Tanne in Abhängigkeit von der Zeit.
(*t*: Zeit in Jahren; *f*(*t*): momentane Wachstumsgeschwindigkeit in Meter/Jahr)

**1.4** Geben Sie die Wachstumsgeschwindigkeit für $t = 2$ und $t = 30$ an. **/3**

**1.5** Die erste Ableitung der Funktion *f* lautet: $f'(t) = (0{,}3 - 0{,}03t) \cdot e^{-0{,}1t}$. **/6**
Bestimmen Sie den Zeitpunkt, an dem die Wachstumsgeschwindigkeit der Tanne maximal ist.
Geben Sie die maximale Wachstumsgeschwindigkeit an.
[Hinweis: Ohne Herleitung dürfen Sie verwenden: $f''(t) = (-0{,}06 + 0{,}003t) \cdot e^{-0{,}1t}$ .]

**1.6** Ergänzen Sie die Wertetabelle auf der **nachfolgenden Seite**. **/6**
Zeichen Sie den Graphen von *f* im Intervall $[0; 40]$ mit Hilfe der bisher ermittelten Werte und der Wertetabelle.

Die Beschreibung der Wachstumsgeschwindigkeit durch die Funktion *f* ist nur im Bereich $0 \le t \le 30$ zutreffend. Ab $t = 30$ wird die Wachstumsgeschwindigkeit durch die Tangente *g* an den Graphen von *f* im Punkt $T(30|f(30))$ beschrieben.

**1.7** Ermitteln Sie die Gleichung der Tangente *g*. **/4**
[Zur Kontrolle: $g(t) = -0{,}03t + 1{,}35$]

**1.8** Berechnen Sie den Zeitpunkt, an dem das Wachstum der Tanne zum Stillstand kommt. **/3**

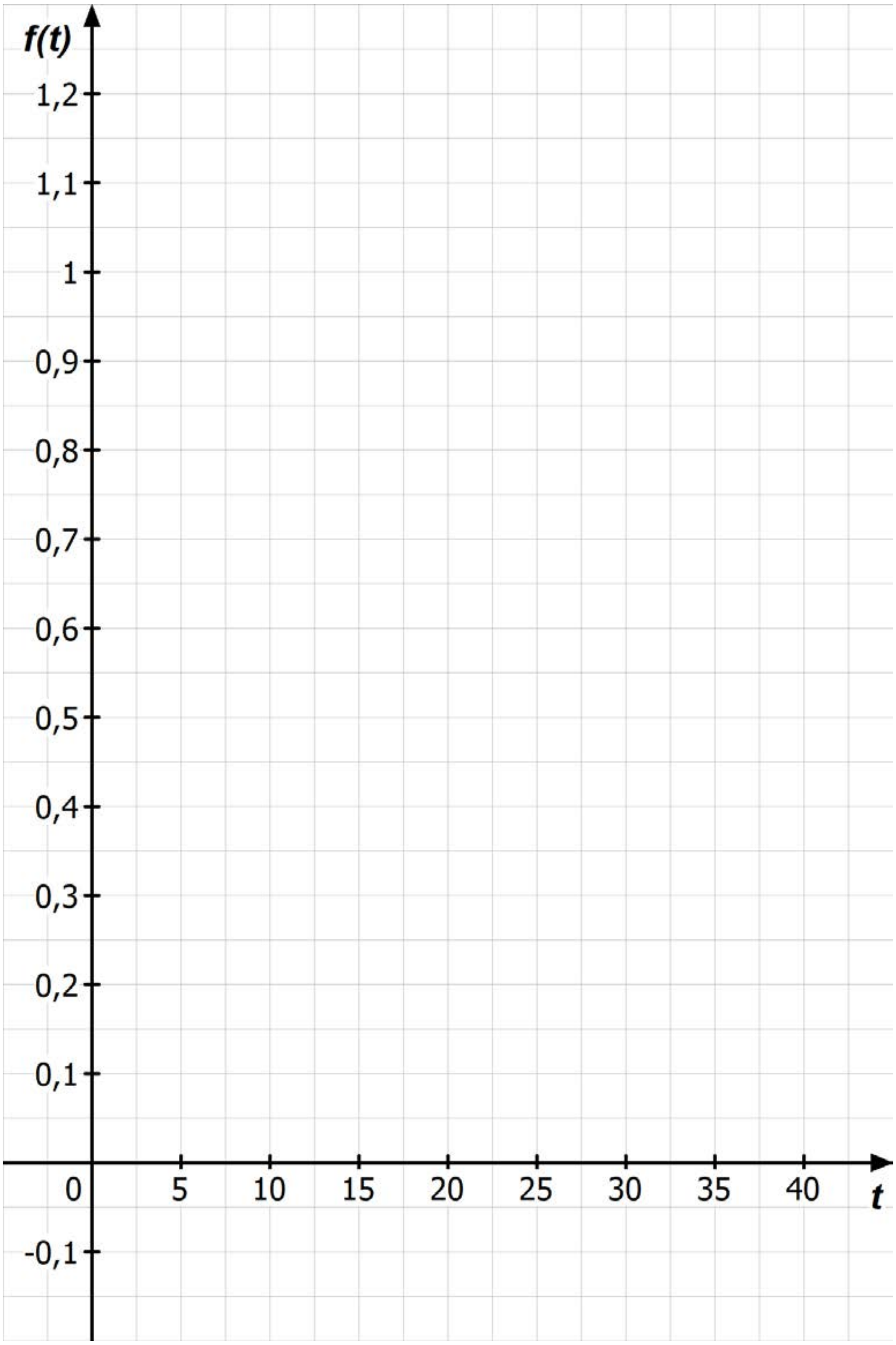
**1.9** Für $t \ge 30$ verläuft die Tangente *g* unterhalb des Graphen von *f*. **/2**
Erläutern Sie, welche Schlussfolgerungen man daraus für die Höhe der Tanne ziehen kann.

**Fortsetzung auf der nächsten Seite →**

**Wertetabelle zu 1.6:**

| ***t*** | 0 | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 | 35 | 40 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ***f*(*t*)** | | 0,91 | | 1,00 | 0,81 | | 0,45 | 0,32 | |

**Koordinatensystem zu Aufgabe 1.6:**



## 2 Gebrochenrationale Funktionen /33

Gegeben ist die Funktion $f$ durch die Gleichung $f(x)=\frac{x^4+14x^2-51}{6x^2-24}$.

Der Graph der Funktion ist $G_f$.

**2.1** Zeigen Sie, dass der Graph achsensymmetrisch ist. **/2**

**2.2** Zeigen Sie, dass die Schnittpunkte des Graphen von $f$ mit der $x$-Achse die Koordinaten $\left(\sqrt{3}\middle|0\right)$ und $\left(-\sqrt{3}\middle|0\right)$ haben. **/2**

Geben Sie die Koordinaten des Schnittpunktes mit der $y$-Achse an.

**2.3** Zeigen Sie, dass die Funktion $f$ zwei Polstellen besitzt. **/5**
Untersuchen Sie das Verhalten der Funktion $f$ in der Umgebung der Polstellen.
Geben Sie den maximalen Definitionsbereich von $f$ an.

**2.4** Zeigen Sie, dass gilt: $f'(x)=\frac{12x^5-96x^3-60x}{(6x^2-24)^2}$ .

Berechnen Sie Lage und Art der Extrempunkte von $G_f$. **/11**

[*Ohne Nachweis dürfen Sie verwenden:* $f''(x)=\frac{x^6-12x^4+111x^2+20}{3\left(x^2-4\right)^3}$ ]

**2.5** Ergänzen Sie die Wertetabelle. **/2**

| $x$ | 0 | 1 | 1,75 | 2,25 | 2,5 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | | -0,22 | 7,14 | | | | 9,11 |

Zeichnen Sie unter Verwendung Ihrer bisherigen Ergebnisse den Graphen der Funktion $f$ im Intervall $-6 \le x \le 6$ in das **Koordinatensystem auf der nächsten Seite**. **/4**

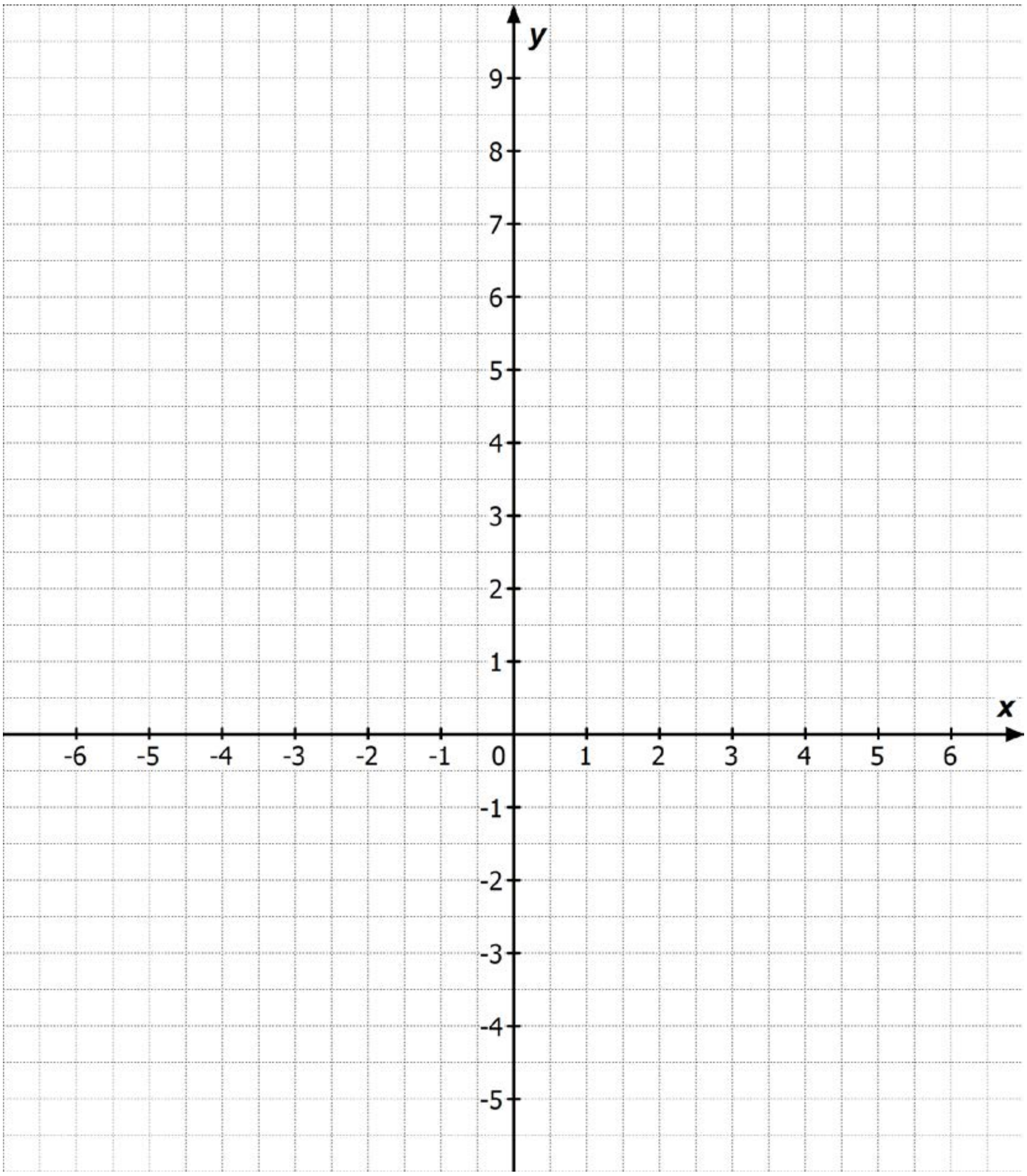
Der Graph von $f$ und die Gerade $y=-5$ schließen eine Fläche ein.

**2.6** Markieren Sie die gesuchte Fläche im Koordinatensystem. **/4**
Schätzen Sie, wie groß der Flächeninhalt dieser Fläche höchstens sein kann (in FE).
Erläutern Sie Ihr Vorgehen für diese Schätzung.

**2.7** Der Flächeninhalt der eingeschlossenen Fläche soll exakt berechnet werden.
Benennen Sie die notwendigen Schritte, die zur Berechnung des exakten Flächeninhaltes notwendig sind. **/3**
[*Hinweis: Sie sollen die Berechnungen nicht ausführen.*]

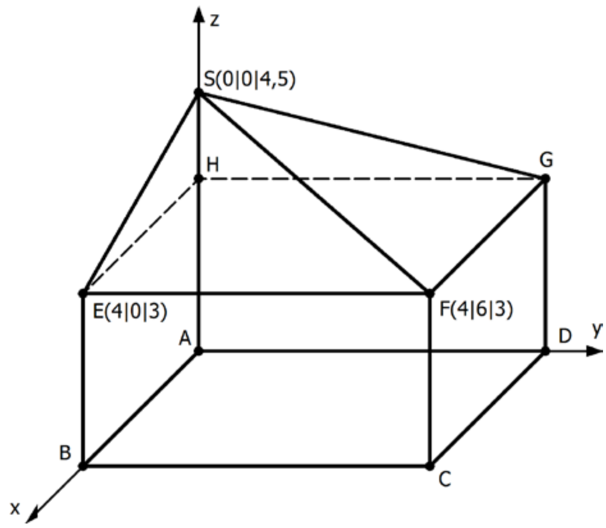
**Fortsetzung auf der nächsten Seite →**

**Koordinatensystem zu Aufgabe 2.5 und 2.6:**



## 3 Analytische Geometrie /33

Die Abbildung zeigt ein Gebäude, das aus einem quaderförmigen Raum mit einem aufgesetzten Dach besteht.
Die Seitenflächen des Quaders liegen parallel zu den Koordinatenebenen. Der Punkt *A* ist der Koordinatenursprung. Die beiden dreieckigen Dachflächen berühren sich entlang der Geraden $\overline{SF}$, der Punkt *S* liegt auf der *z*-Achse.
Gegeben sind die Punkte $E(4 \mid 0 \mid 3)$, $F(4 \mid 6 \mid 3)$ und $S(0 \mid 0 \mid 4{,}5)$.
Es gilt: 1 LE = 1 m.
Die Abbildung ist nicht maßstabsgerecht.




**3.1** Geben Sie die Koordinaten der Punkte *C* und *G* an. /2

**3.2** Ermitteln Sie eine Gleichung der Ebene $W_1$, in der sich die Dachfläche *EFS* befindet, in Parameter- und in Koordinatenform. /7

[Mögliches Ergebnis für $W_1$: $9x + 24z = 108$]

Die zweite Dachfläche $W_2$ kann durch die Gleichung $W_2$: $6y + 24z = 108$ beschrieben werden.
Weisen Sie nach, dass der Punkt *F* in dieser Ebene liegt.

**3.3** Bestimmen Sie die Größe des Winkels zwischen den beiden Dachflächen *EFS* und *FGS.* /5

**3.4** Untersuchen Sie, welche der beiden Dachflächen *EFS* und *FGS* den größeren Flächeninhalt hat. /5

**3.5** Ermitteln Sie das Gesamtvolumen des Gebäudes. /3

**3.6** Im Punkt $K(1 \mid 5 \mid 0)$ wird ein Schornstein errichtet, der senkrecht nach oben verläuft und 1,5 m über die Dachfläche *FGS* herausragen soll. /4

Ermitteln Sie, wie lang der Schornstein sein muss.

*[Hinweis: Der Schornstein kann als Gerade betrachtet werden.]*

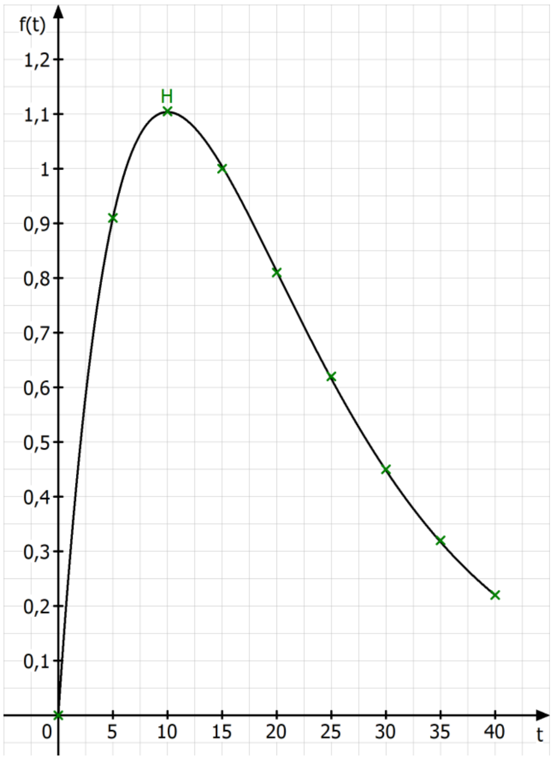
Eine Drohne fliegt geradlinig vom Punkt $P(10 \mid 2 \mid 9{,}3)$ zum Punkt $Q(-3 \mid 8 \mid z)$.

**3.7** Die Flugbahn der Drohne soll parallel zur Dachfläche *FGS* verlaufen. /4
Bestimmen Sie für diesen Fall die *z*-Koordinate des Punktes *Q*.

**3.8** Zu einem bestimmten Zeitpunkt befindet sich die Drohne im Punkt $R(2{,}2|5{,}6|8{,}4)$. /3
Berechnen Sie den Abstand der Drohne zur Dachfläche *FGS* zu diesem Zeitpunkt.

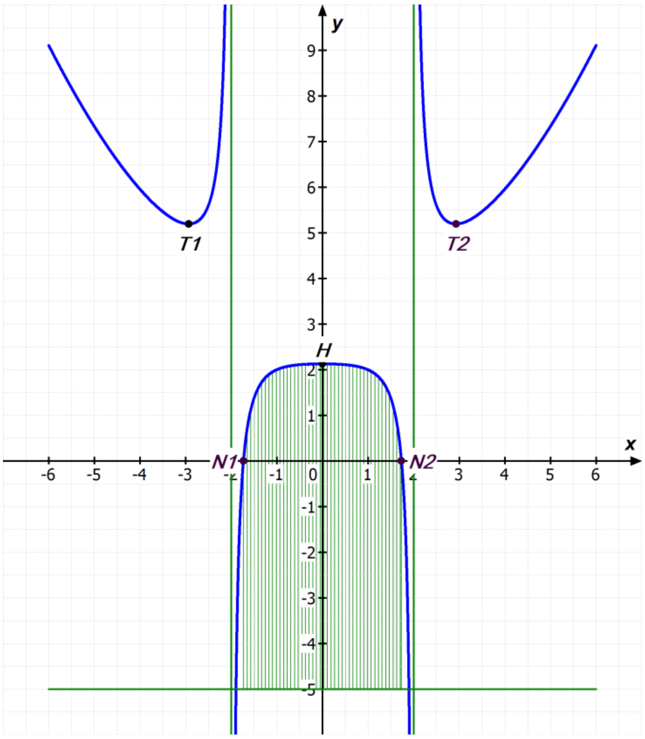
**Erwartungshorizont für Aufgabenvorschlag B**

| Teil-aufgabe | Beschreibung der erwarteten Schülerleistung | BE/AB | | |
|---|---|---|---|---|
| | | I | II | III |
| 1.1 | $h(0)=1$<br>Die Tanne war zu Beginn der Aufzeichnung 1 Meter hoch. | 2 | | |
| 1.2 | $\lim\limits_{t\to+\infty} h(t)=31$<br>Die Tanne wächst bis zu einer Höhe von 31 Metern.<br>Probeeinsetzung ist ebenfalls möglich. | | | 4 |
| 1.3 | $h'(t)=-\left(3e^{-0,1t}+(3t+30)\cdot(-0,1)e^{-0,1t}\right)$<br>$h'(t)=-3e^{-0,1t}+0,3te^{-0,1t}+3e^{-0,1t}$<br>$h'(t)=0,3te^{-0,1t}=f(t)$ | | 4 | |
| 1.4 | $f(2)\approx 0,49$<br>$f(30)\approx 0,45$<br>Die Tanne wächst im 2. Jahr um 0,49 Meter pro Jahr und<br>im 30. Jahr um 0,45 Meter pro Jahr. | 3 | | |
| 1.5 | $f'(t)=0$<br>$0=(0,3-0,03t)\cdot\underbrace{e^{-0,1t}}_{\text{wird nicht Null}}$<br>$0=0,3-0,03t$<br>$t_E=10$<br>$f''(10)=-0,01<0\Rightarrow$ HP<br>$H(10\mid 1,10)$<br>Im 10. Jahr ist die Wachstumsgeschwindigkeit der Tanne maximal mit einem Wert von 1,10 Metern pro Jahr. | | 6 | |

<table>
<tr><th rowspan="2">Teil-aufgabe</th><th rowspan="2">Beschreibung der erwarteten Schülerleistung</th><th colspan="3">BE/AB</th></tr>
<tr><th>I</th><th>II</th><th>III</th></tr>
<tr><td>1.6</td><td>
<table>
<tr><td>t</td><td>0</td><td>5</td><td>10</td><td>15</td><td>20</td><td>25</td><td>30</td><td>35</td><td>40</td></tr>
<tr><td>f(t)</td><td>0</td><td>0,91</td><td>1,10</td><td>1,00</td><td>0,81</td><td>0,62</td><td>0,45</td><td>0,32</td><td>0,22</td></tr>
</table>


</td><td>2<br>4</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>1.7</td><td>$T(30|0,45)$<br>$f'(30)=(0,3-0,9)e^{-3}\approx -0,03$<br>$0,45=-0,03\cdot 30+n$<br>$n=1,35$<br>$g(t)=-0,03t+1,35$</td><td></td><td>4</td><td></td></tr>
<tr><td>1.8</td><td>$g(t)=0$<br>$0=-0,03t+1,35$<br>$t=45$<br>Das Wachstum kommt nach 45 Jahren zum Stillstand.</td><td></td><td></td><td>3</td></tr>
<tr><td>1.9</td><td>Da die Tangente unterhalb des Graphen für die Wachstumsgeschwindigkeit liegt, ist die Wachstumsgeschwindigkeit geringer. Die Tanne erreicht also eine Höhe, die geringer ist als 31 m.</td><td></td><td></td><td>2</td></tr>
<tr><td></td><td>Summen der BE in den Anforderungsbereichen</td><td>11</td><td>14</td><td>9</td></tr>
<tr><td></td><td>Summe der BE</td><td colspan="3">34</td></tr>
</table>

| Teilaufgabe | Beschreibung der erwarteten Schülerleistung | BE/AB I | BE/AB II | BE/AB III |
|---|---|---|---|---|
| 2.1 | $f(x)=f(-x) \Rightarrow$ Der Graph von $f$ ist achsensymmetrisch. | 2 | | |
| 2.2 | Schnittpunkt mit $y$-Achse:<br>$f(0)=\frac{-51}{-24}=\frac{17}{8}\approx 2{,}13 \quad \Rightarrow \quad S_y\left(0 \mid 2{,}13\right)$<br>Schnittpunkte mit $x$-Achse:<br>$f(\pm\sqrt{3})=\frac{\left(\pm\sqrt{3}\right)^4+14\left(\pm\sqrt{3}\right)^2-51}{6\left(\pm\sqrt{3}\right)^2-24}=0 \quad \Rightarrow \quad S_{x1}\left(+\sqrt{3} \mid 0\right)\ ,\ S_{x2}\left(-\sqrt{3} \mid 0\right)$ | 2 | | |
| 2.3 | Polstelle: $N(x)=0$ und $Z(x)\neq 0$<br>$N(x)=0 \quad \Leftrightarrow \quad 6x^2-24=0 \quad \Leftrightarrow \quad x_{1/2}=\pm 2$<br>$Z(\pm 2)=21\neq 0 \quad \Rightarrow$ es gibt zwei Polstellen.<br>Verhalten an der Polstelle $x_1=+2$ (Testeinsetzungen): VZW von – nach +<br>Verhalten an der Polstelle $x_2=-2$ (Symmetrie): VZW von + nach -<br><br>$D_f=\mathbb{R}\setminus\left\{-2;+2\right\}$ | 5 | | |
| 2.4 | Ableitung:<br>$f(x)=\frac{x^4+14x^2-51}{6x^2-24}$<br>$f'(x)=\frac{(4x^3+28x)\cdot(6x^2-24)-(x^4+14x^2-51)\cdot 12x}{(6x^2-24)^2}$<br>$f'(x)=\frac{12x^5-96x^3-60x}{(6x^2-24)^2}$<br>Bedingung für Extremstellen: $f'(x)=0$ und $f''(x)\neq 0$<br>$f'(x)=\frac{12x^5-96x^3-60x}{(6x^2-24)^2}=0 \quad \Leftrightarrow \quad 12x^5-96x^3-60x=0$<br>$12x\cdot(x^4-8x^2-5)=0 \quad \Rightarrow \quad x_{E1}=0$<br>Substitution: $z^2-8z-5=0$<br>$z_1\approx 8{,}58 \quad \Rightarrow \quad x_{E2/3}\approx \pm 2{,}93$<br>$z_2\approx -0{,}58$ entfällt<br>Nachweis, Art und Lage der Extrempunkte:<br>$f''(0)<0 \quad \Rightarrow$ Hochpunkt $H(0 \mid 2{,}13)$<br>$f''(\pm 2{,}93)>0$ und $f(\pm 2{,}93)=5{,}19$<br>$\Rightarrow$ Tiefpunkte $T_1(-2{,}93 \mid 5{,}19)$ und $T_2(+2{,}93 \mid 5{,}19)$ | | 3<br>8 | |

<table>
<tr><th rowspan="2">Teil-aufgabe</th><th rowspan="2">Beschreibung der erwarteten Schülerleistung</th><th colspan="3">BE/AB</th></tr>
<tr><th>I</th><th>II</th><th>III</th></tr>
<tr><td>2.5</td><td>
<table>
<tr><td>$x$</td><td>0</td><td>1</td><td>1,75</td><td>2,25</td><td>2,5</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td></tr>
<tr><td>$f(x)$</td><td>2,13</td><td>2,00</td><td>-0,22</td><td>7,14</td><td>5,60</td><td>5,96</td><td>7,33</td><td>9,11</td></tr>
</table>


</td><td>2</td><td>4</td><td></td></tr>
<tr><td>2.6</td><td>Markieren der Fläche (siehe 2.5)<br><br>Die Fläche kann in ein Rechteck einbeschrieben werden.<br>Das Rechteck kann etwas weniger als 4 LE breit sein.<br>Das Rechteck muss 5+ $f(0)$ = 7,25 LE hoch sein.<br>Die Fläche hat also einen Flächeninhalt, der sicher kleiner als 29 FE ist.<br><br>Alternative Wege wie z.B. das Zählen der Kästchen sind auch zugelassen.</td><td></td><td>1</td><td>3</td></tr>
<tr><td>2.7</td><td>Schrittfolge:<br>- Ermitteln der Integrationsgrenzen $x_{S1}$ und $x_{S2}$ (Schnittstellen der Gerade $y=-5$ und der Funktion $f$)<br>- Aufstellen der Differenzfunktion $k$ mit $k(x)=f(x)-(-5)$<br>- Ermitteln einer Stammfunktion $K$<br>- Berechnen des bestimmten Integrals $\int_{x_{S1}}^{x_{S2}} k(x)dx = K(x_{S2})-K(x_{S1})$<br><br>Nach der Ermittlung der Integrationsgrenzen gibt es mehrere mögliche Lösungswege, z.B. Berücksichtigen der Rechtecksfläche statt Aufstellen der Differenzfunktion</td><td></td><td></td><td>3</td></tr>
<tr><td></td><td>Summen der BE in den Anforderungsbereichen</td><td>11</td><td>16</td><td>6</td></tr>
<tr><td></td><td>Summe der BE</td><td colspan="3">33</td></tr>
</table>

| Teilaufgabe | Beschreibung der erwarteten Schülerleistung | BE/AB I | BE/AB II | BE/AB III |
|---|---|---|---|---|
| 3.1 | $C(4 \mid 6 \mid 0)$, $G(0 \mid 6 \mid 3)$ | 2 | | |
| 3.2 | $W_1\colon \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \\ 1{,}5 \end{pmatrix}$<br>Normalenvektor:<br>$\overrightarrow{n_{W_1}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \\ 1{,}5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ 0 \\ 24 \end{pmatrix}$, somit gilt: $W_1\colon 9x + 24z = d$<br>Einsetzen der Koordinaten liefert: $d = 108$.<br>$W_1\colon 9x + 24z = 108$<br><br>Einsetzen der Koordinaten von $F$ in $W_2\colon 6y + 24z = 108$ ergibt eine wahre Aussage. | 2<br><br><br><br><br><br>1 | <br><br><br><br>4 | |
| 3.3 | Bestimmung des Winkels zwischen den Dachflächen:<br>Der Winkel zwischen den Ebenen $W_1$ und $W_2$ ist gleich dem Winkel zwischen den Normalenvektoren $\overrightarrow{n_{W_1}} = \begin{pmatrix} 9 \\ 0 \\ 24 \end{pmatrix}$ und $\overrightarrow{n_{W_2}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ 24 \end{pmatrix}$.<br>$\cos\tilde{\alpha} = \frac{\left\lvert \overrightarrow{n_{W_1}} \circ \overrightarrow{n_{W_2}} \right\rvert}{\left\lvert \overrightarrow{n_{W_1}} \right\rvert \cdot \left\lvert \overrightarrow{n_{W_2}} \right\rvert} = \frac{576}{3\sqrt{73} \cdot 6\sqrt{17}} = 0{,}9084 \Rightarrow \tilde{\alpha} \approx 24{,}7°$<br>Wegen des stumpfen Winkels gilt: $\alpha \approx 155{,}3°$<br>Die Dachflächen schließen einen Winkel von 155,3° ein.<br>Hinweis: Auch die Angabe von 155° ist korrekt. | | 5 | |
| 3.4 | Dachflächenberechnung:<br>$A_{EFS} = \frac{1}{2}\left\lvert \overrightarrow{n_{W_1}} \right\rvert = \frac{3}{2}\sqrt{73} \approx 12{,}82\,FE$, *entspricht* $12{,}83\,\mathrm{m}^2$<br>$A_{FGS} = \frac{1}{2}\left\lvert \overrightarrow{n_{W_2}} \right\rvert = \frac{6}{2}\sqrt{17} \approx 12{,}37\,FE$, *entspricht* $12{,}37\,\mathrm{m}^2$<br>Die Dachfläche *EFS* ist größer. | | 5 | |
| 3.5 | Volumenberechnung:<br>$V_{gesamt} = V_{Quader} + V_{Pyramide} = 4 \cdot 6 \cdot 3 + \frac{1}{3} \cdot 4 \cdot 6 \cdot 1{,}5$<br>$V_{gesamt} = 72\,VE + 12\,VE = 84\,VE \mathrel{\hat{=}} 84\,\mathrm{m}^3$ | 3 | | |

| Teil-aufgabe | Beschreibung der erwarteten Schülerleistung | BE/AB | | |
|---|---|---|---|---|
| | | I | II | III |
| 3.6 | Aufstellen der Geradengleichung für den Schornstein: $k\colon \vec{x} = \begin{pmatrix}1\\5\\0\end{pmatrix} + t\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}$<br>Berechnung des Durchstoßpunktes mit $W_2$: $6\cdot 5 + 24\cdot u = 108 \Rightarrow u = 3{,}25$<br>$L(1 \mid 5 \mid 3{,}25)$<br>Die Länge des Schornsteins ergibt sich durch 3,25 m+1,5 m =4,75 m | | 4 | |
| 3.7 | Flugrichtung der Drohne:<br>$\overrightarrow{PQ} = \begin{pmatrix}-13\\6\\z-9{,}3\end{pmatrix}$<br>Parallelitätsbedingung:<br>$\begin{pmatrix}-13\\6\\z-9{,}3\end{pmatrix} \circ \overrightarrow{n_{W_2}} = \begin{pmatrix}-13\\6\\z-9{,}3\end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix}0\\6\\24\end{pmatrix} = 0$<br>$36 + 24(z-9{,}3) = 0 \Rightarrow z = 7{,}8$ | | | 1<br>3 |
| 3.8 | Abstand zwischen Punkt *R* und der Dachfläche *FGS* entspricht Abstand von *R* zu $W_2$:<br>$\mathrm{d} = \left\lvert \frac{108-(6\cdot 5{,}6+24\cdot 8{,}4)}{6\sqrt{17}} \right\rvert = \frac{127{,}2}{6\sqrt{17}} = 5{,}1LE \mathrel{\hat{=}} 5{,}1\mathrm{m}$ | | 3 | |
| | **Summen der BE in den Anforderungsbereichen** | **8** | **21** | **4** |
| | **Summe der BE** | | **33** | |