# Abschlussprüfung
# an der Berufsoberschule/FOS 13 im Schuljahr 2021/2022

| Fach | **Mathematik (B)** |
|---|---|
| **Nur für die Lehrkraft** | |
| **Prüfungstag** | **05.05.2022** |
| **Prüfungszeit** | 09:00 – 13:00 Uhr |
| **Zugelassene Hilfsmittel** | Nicht graphikfähiger Taschenrechner mit gelöschtem Programmierteil, kein CAS-Rechner, Handbuch/Gebrauchsanleitung muss vorliegen, Formelsammlung, Rechtschreib-Wörterbuch (siehe Aufgabendeckblatt) |
| **Allgemeine und spezielle Arbeitshinweise** | **Beachten Sie bitte das Schülerdeckblatt zu den Wahlmöglichkeiten.** |
| **Erwartungs-horizonte** | Die Beschreibungen der erwarteten Leistungen enthalten keine vollständigen Lösungen, sondern nur kurze Angaben. Hier nicht genannte, aber gleichwertige Lösungswege sind gleichberechtigt.<br>Die aufgeführten Lösungswege zeigen immer nur eine Variante auf. Für andere Lösungswege oder Lösungsansätze, die schlüssig dargestellt werden und zu richtigen Zwischen- oder Endergebnissen führen, sind die vorgesehenen Bewertungseinheiten (BE) entsprechend zu vergeben. Wird jedoch der im Erwartungshorizont dargestellte Lösungsweg vom Prüfling verwendet, so sind die BE in der angegebenen Weise aufzuteilen. Damit die Möglichkeit besteht, den eigenen didaktischen Aspekten bei der Bewertung genug Raum zu geben, werden in der Regel die BE nicht kleinschrittig zugeordnet. Die Summe der BE pro Teilaufgabe ist verbindlich.<br>Sind Zwischenergebnisse nicht korrekt ermittelt worden und die sich auf diesen Zwischenergebnissen aufbauenden weiteren Lösungswege schlüssig und nicht mit neuen Fehlern versehen, so sind die BE entsprechend zu erteilen (Folgefehler). Dieses Vorgehen ist nicht anzuwenden, wenn eine offensichtlich nicht sinnvolle Lösung unkommentiert bleibt oder der Lösungsweg durch den Fehler erheblich einfacher geworden ist.<br>Die Verwendung von entsprechenden Operatoren in den Aufgabenstellungen erfordert vom Prüfling schriftliche Erläuterungen seiner Überlegungen. Bei der Bewertung dieser Erläuterungen, auf deren Darstellung im Erwartungshorizont weitgehend verzichtet wird, kann die Lehrkraft ihren pädagogischen Spielraum nutzen und sich an ihrer bisherigen Unterrichtspraxis orientieren. Im Erwartungshorizont wird teilweise auf formale mathematische Vollständigkeit verzichtet, wenn diese vom Schüler in der Regel nicht unbedingt zu erwarten ist. |

| **Aufgabe Nr.** | **Soll** |
|---|---|
| 1 | 34 |
| 2 | 33 |
| 3 | 33 |
| **Summe[1]:** | Je nach Wahl 67 oder 66 |

[1] Jeder Prüfling bearbeitet nur zwei Aufgaben.

# Abschlussprüfung Berufsoberschule/FOS 13 2022
## Mathematik

**Aufgabenvorschlag B**

Senatsverwaltung für Bildung, Jugend und Familie | BERLIN

## 1 Exponentialfunktion /34

Gegeben ist die Funktion *f* mit $f(x) = (10 - 2x) \cdot e^{0,1x}$ und $D_f = \mathbb{R}$. Ihr Graph ist $G_f$.

**1.1** Bestimmen Sie die Schnittpunkte des Graphen von *f* mit den Koordinatenachsen. **/4**

**1.2** Weisen Sie nach, dass gilt: $f'(x) = (-1 - 0{,}2x) \cdot e^{0,1x}$. **/3**

**1.3** Bestimmen Sie Lage und Art des Extrempunktes von $G_f$. **/5**

[*Hinweis: Verwenden Sie ohne Herleitung* $f''(x) = (-0{,}3 - 0{,}02x) \cdot e^{0,1x}$.]

**1.4** Der Graph von *f* hat genau einen Wendepunkt. Ermitteln Sie die Koordinaten dieses Wendepunktes. **/5**

Geben Sie an, in welchem Winkel zur Horizontalen die Tangente an den Graphen von *f* im Wendepunkt ansteigt.

[*Hinweis: Die Untersuchung der hinreichenden Bedingung für den Wendepunkt ist nicht erforderlich.*]

**1.5** Vervollständigen Sie die Wertetabelle. **/5**

| ***x*** | -20 | -15 | -10 | -2 | 0 | 2 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ***f*(*x*)** | 6,77 | | 11,04 | | | 7,33 | | |

Zeichnen Sie den Graphen von *f* im Intervall [-20; 6] in das **Koordinatensystem auf der folgenden Seite** unter Verwendung Ihrer bisherigen Ergebnisse.

**1.6** Weisen Sie nach, dass *F* mit $F(x) = (300 - 20x) \cdot e^{0,1x}$ eine Stammfunktion zu *f* ist. **/7**

Berechnen Sie den Inhalt der Fläche, die der Graph von *f* mit den Koordinatenachsen im 1. Quadranten einschließt.

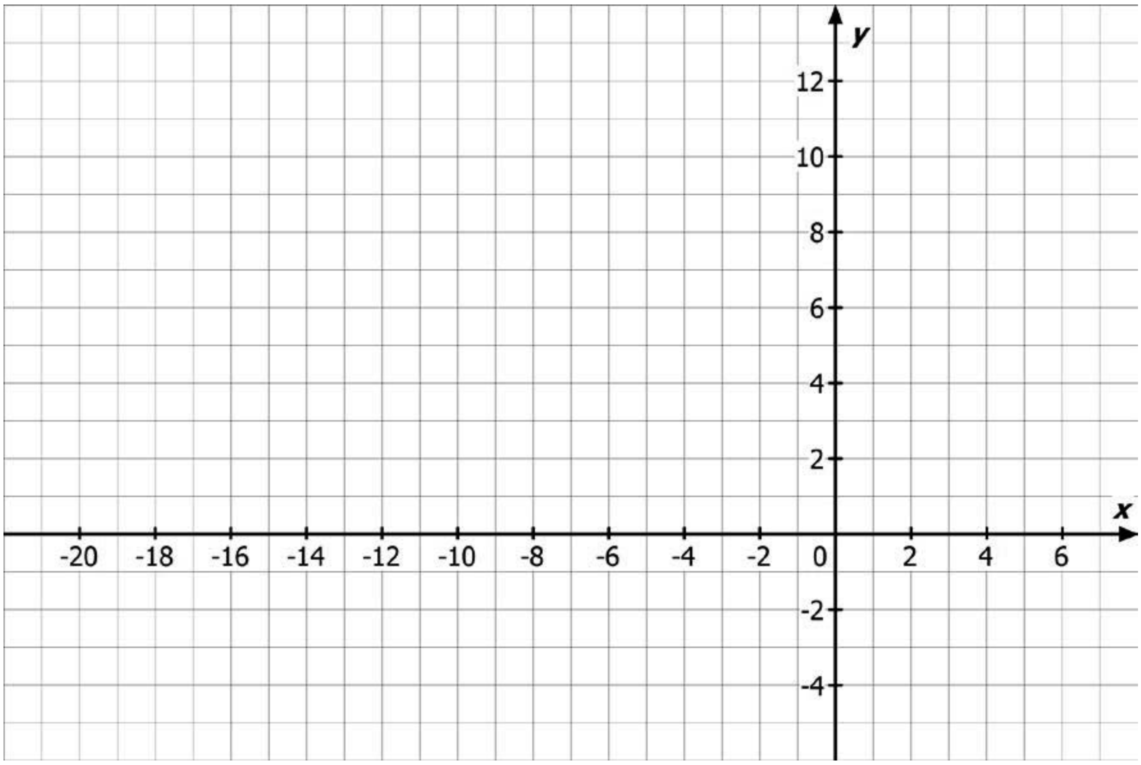
**1.7** Alle Graphen $f_a$ mit $f_a(x) = (a - 2x) \cdot e^{0,1x}$ haben genau einen Extrempunkt, der ein Hochpunkt ist. **/5**

Ermitteln Sie den Wert von *a*, für den der Extrempunkt von $f_a$ bei *x* = 5 liegt.

[*Hinweis: Die Untersuchung der hinreichenden Bedingung für den Hochpunkt ist nicht erforderlich.*]

**Fortsetzung auf der nächsten Seite →**

**Koordinatensystem zu Aufgabe 1.5**



## 2 Gebrochenrationale Funktionen /33

Gegeben ist die Funktion *f* mit $f(x) = \frac{-x^4 + 5x^2 - 4}{x^4} = -1 + \frac{5}{x^2} - \frac{4}{x^4}$.

Der Graph der Funktion ist $G_f$.

**2.1** Untersuchen Sie den Graphen der Funktion *f* auf Polstellen. **/4**
Bestimmen Sie auch das Verhalten des Graphen von *f* in deren Umgebung.
Geben Sie den maximalen Definitionsbereich von *f* an.

**2.2** Zeigen Sie, dass der Graph von *f* achsensymmetrisch zur *y*-Achse ist. **/4**
Geben Sie das Verhalten von $G_f$ für $x \to \pm\infty$ an.

**2.3** Berechnen Sie die Nullstellen des Graphen der Funktion *f*. **/5**

**2.4** Der Graph der Funktion *f* hat zwei Hochpunkte. **/8**
Berechnen Sie die Koordinaten dieser Hochpunkte von $G_f$.
Auf den Nachweis der Art des Extremums kann verzichtet werden.

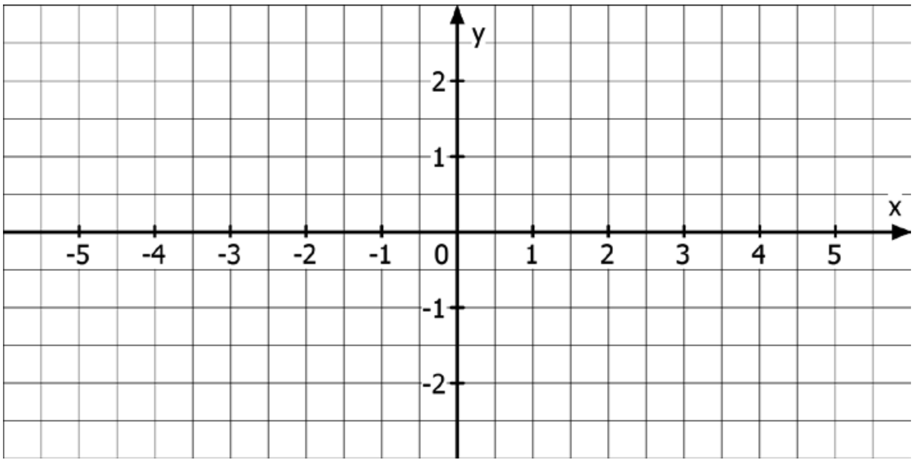
[*Zur Kontrolle:*

*Eine mögliche Schreibweise der 1. Ableitung lautet* $f'(x) = \frac{-10x^2 + 16}{x^5}$.]

**2.5** Ergänzen Sie die Wertetabelle. **/5**

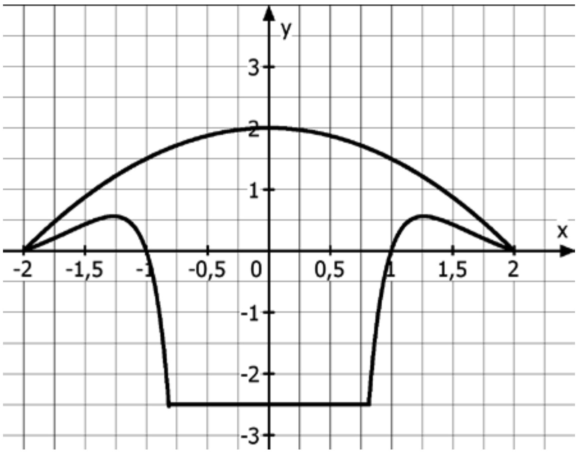
| $x$ | 0,8 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | -2,95 | | | | -0,70 | |

Zeichnen Sie unter Verwendung Ihrer oben berechneten Ergebnisse und der Wertetabelle den Graphen von *f* im Intervall [-5; 5] in das untenstehende Koordinatensystem ein.




**Fortsetzung auf der nächsten Seite →**

Der Graph der Funktion *f* sowie die Gerade *g* mit $g(x) = -2{,}5$ und der Graph der Parabel *p* mit $p(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 2$ begrenzen eine Fläche vollständig (siehe Abbildung).



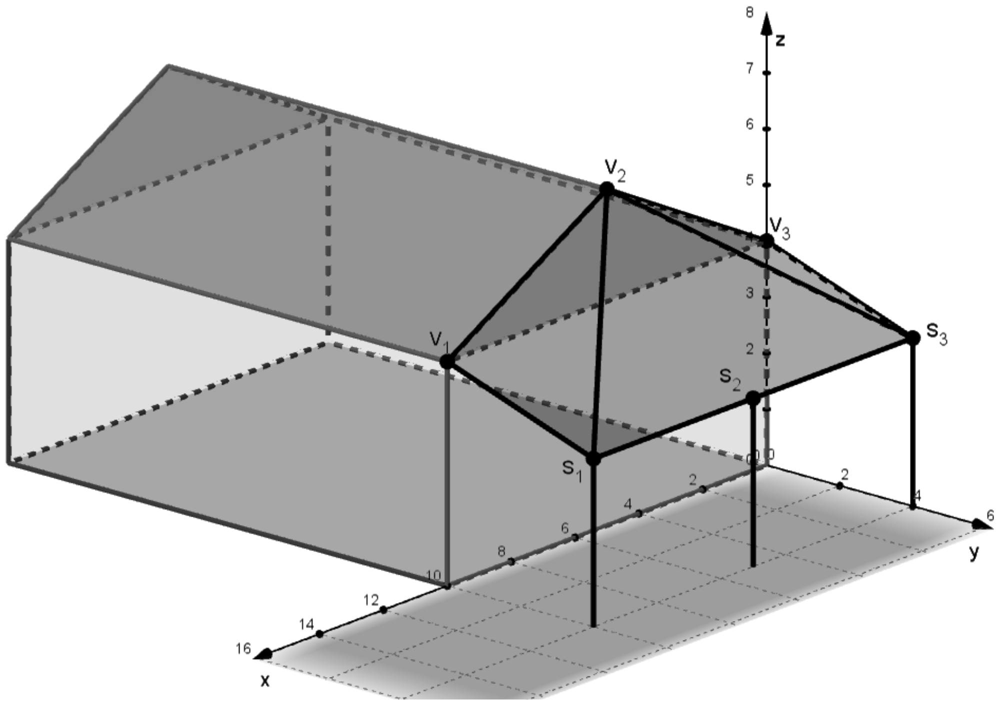

**2.6** Die Gleichung $f(x) = g(x)$ hat zwei Lösungen. **/2**
Weisen Sie nach, dass eine Lösung dieser Gleichung im Intervall [0,81; 0,82] liegt.

**2.7** Der Inhalt dieser Fläche soll berechnet werden. **/5**
Benennen Sie die notwendigen Schritte, die zur Berechnung des Flächeninhaltes erforderlich sind.

[*Hinweise: Alle erforderlichen Werte können Sie der Grafik entnehmen.*
*Sie sollen die Berechnungen nicht ausführen.*]

## 3 Analytische Geometrie /33

Ein Carport soll an ein Haus angebaut werden, siehe Abbildung. Das Dach des Carports besteht aus drei dreieckigen Teilflächen. Das Dach des Carports ist an den drei Punkten $V_1$, $V_2$ und $V_3$ am Haus befestigt. Das Haus hat bis zur Dachspitze eine Höhe von 6 m. Der untere Teil des Hauses ist 4 m hoch. Das Haus hat eine Breite von 10 m. Die andere Seite des Carportdaches wird durch drei Stützen gehalten. Diese sind 3 m hoch und 4 m vom Haus entfernt und gleichmäßig verteilt. Es gilt: 1 LE = 1 m.




**3.1** Ergänzen Sie die fehlenden Angaben der Koordinaten in der folgenden Tabelle. **/2**

| Punkte | $V_1$ | $V_2$ | $V_3$ | $S_1$ | $S_2$ | $S_3$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Koordinaten | $(10\|0\|4)$ | $(5\|0\|6)$ | | $(10\|4\|3)$ | | $(0\|4\|3)$ |

**3.2** Die Kanten $\overline{S_1V_2}$ , $\overline{S_3V_2}$ und $\overline{S_1S_3}$ sollen aus Holzbalken gebaut werden, die aus einem Stück bestehen. Es können folgende Balken gekauft werden: **/5**

| Länge | Preis |
|---|---|
| 7 m | 110,00 € |
| 8 m | 120,00 € |
| 9 m | 130,00 € |
| 10 m | 140,00 € |

Ermitteln Sie die Kosten für die drei Balken.

**Fortsetzung auf der nächsten Seite →**

**3.3** Eine der Dachflächen verläuft durch die Punkte $V_1$, $V_2$ und $S_1$. **/6**
Diese Dachfläche liegt in der Ebene $D_1$.
Geben Sie eine Gleichung der Ebene $D_1$ in Parameterform an.
Ermitteln Sie eine Gleichung der Ebene $D_1$ in Koordinatenform.
[*Zur Kontrolle:* $D_1: -8x-5y-20z=-160$].

**3.4** Weisen Sie nach, dass das Dreieck mit den Eckpunkten $V_1$, $V_2$ und $S_1$ kein rechtwinkliges Dreieck ist. **/4**

**3.5** Die zweite Dachfläche verläuft durch die Punkte $S_1$, $S_3$ und $V_2$. **/4**
Diese Dachfläche liegt in der Ebene $D_2$.
Eine mögliche Ebenengleichung lautet: $D_2: -3y-4z=-24$.
Berechnen Sie den Winkel zwischen der zweiten Dachfläche und der Hauswand.

**3.6** Ermitteln Sie den Flächeninhalt der zweiten Dachfläche durch die Punkte $S_1$, $S_3$ und $V_2$. **/3**

Im Punkt $L(5|2|4)$ soll eine Lampe aufgehängt werden.

**3.7** Zeigen Sie, dass die Lampe weder in der Ebene $D_1$ noch in $D_2$ liegt. **/3**
Erklären Sie, warum die Lampe auch nicht in der dritten Dachfläche liegen kann.

**3.8** Die Lampe muss zur Einhaltung des Brandschutzes von allen Flächen mindestens einen Abstand von 30 cm haben. **/6**
Prüfen Sie, ob diese Bedingung für die zweite Dachfläche (in Ebene $D_2$) erfüllt ist.

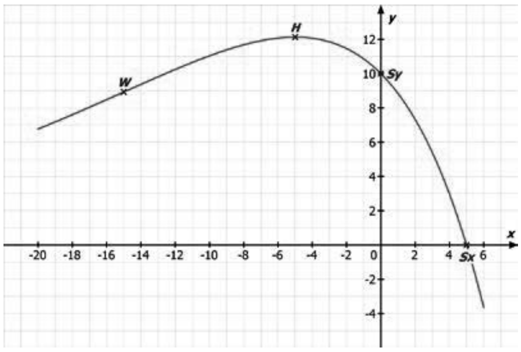
# Abschlussprüfung Berufsoberschule/FOS 13
# 2022
# Mathematik

Senatsverwaltung für Bildung, Jugend und Familie | BERLIN

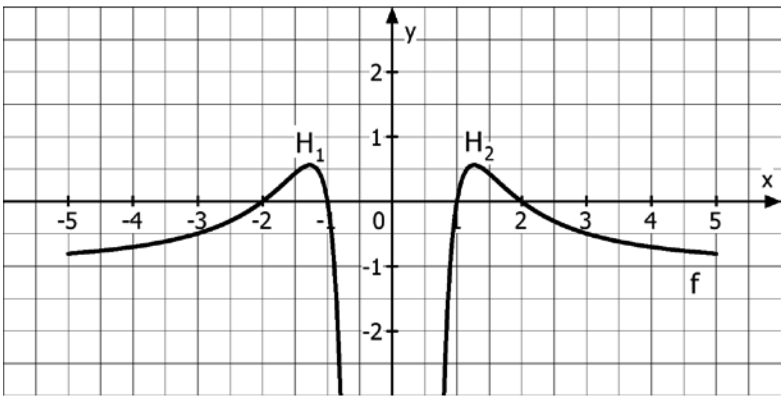
**Erwartungshorizont für Aufgabenvorschlag B**

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe eine mögliche Lösung dar. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

| Teil-aufgabe | Beschreibung der erwarteten Schülerleistung | BE/AB I | BE/AB II | BE/AB III |
|---|---|---|---|---|
| **1.1** | $S_y: \; f(0)=10 \qquad S_y(0\,\vert\,10)$<br>$S_x: \; f(x)=0$<br>$(10-2x)\cdot e^{0,1x}=0 \qquad e^{0,1x}\neq 0$<br>$10-2x=0$<br>$x=5 \qquad S_x(5\,\vert\,0)$ | 1<br><br><br><br>3 | | |
| **1.2** | $f(x)=(10-2x)\cdot e^{0,1x}$<br>$f'(x)=(-2)\cdot e^{0,1x}+(10-2x)\cdot 0,1\cdot e^{0,1x}$<br>$f'(x)=e^{0,1x}\cdot\left[-2+(10-2x)\cdot 0,1\right]=e^{0,1x}\cdot\left[-2+1-0,2x\right]$<br>$f'(x)=(-1-0,2x)\cdot e^{0,1x}$ | | 3 | |
| **1.3** | $f'(x)=0 \quad \wedge \quad f''(x)\neq 0$<br>$f'(x)=(-1-0,2x)\cdot e^{0,1x}=0 \qquad e^{0,1x}\neq 0$<br>$-1-0,2x=0$<br>$x=-5$<br>$f''(-5)\approx -0,12<0 \qquad \Rightarrow \quad$ Hochpunkt<br>$f(-5)=20e^{-0,5x}\approx 12,13 \qquad \Rightarrow \quad H(-5\,\vert\,12,13)$ | | 5 | |
| **1.4** | $f''(x)=0$<br>$f''(x)=(-0,3-0,02x)\cdot e^{0,1x}=0 \qquad e^{0,1x}\neq 0$<br>$-0,3-0,02x=0$<br>$x=-15$<br>$f(-15)\approx 8,93 \qquad \Rightarrow \quad W(-15\,\vert\,8,93)$<br>$f'(-15)\approx 0,45$<br>$\alpha=\arctan 0,45\approx 24°$<br>Die Tangente an den Wendepunkt steigt in einem Winkel von 24° an. | | 5 | |

<table>
<tr><th rowspan="2">Teil-<br>aufgabe</th><th rowspan="2">Beschreibung der erwarteten Schülerleistung</th><th colspan="3">BE/AB</th></tr>
<tr><th>I</th><th>II</th><th>III</th></tr>
<tr><td>1.5</td><td>
<table>
<tr><td>x</td><td>-20</td><td>-15</td><td>-10</td><td>-2</td><td>0</td><td>2</td><td>5</td><td>6</td></tr>
<tr><td>f(x)</td><td>6,77</td><td>8,93</td><td>11,04</td><td>11,46</td><td>10</td><td>7,33</td><td>0</td><td>-3,64</td></tr>
</table>


</td><td>2</td><td>3</td><td></td></tr>
<tr><td>1.6</td><td>
$F'(x)=f(x)$<br>
$F(x)=\left(300-20x\right)\cdot \mathrm{e}^{0,1x}$<br>
$F'(x)=\left(-20\right)\cdot \mathrm{e}^{0,1x}+\left(300-20x\right)\cdot 0,1\cdot \mathrm{e}^{0,1x}$<br>
$F'(x)=\mathrm{e}^{0,1x}\cdot\left[-20+\left(300-20x\right)\cdot 0,1\right]=\mathrm{e}^{0,1x}\cdot\left[-20+30-2x\right]$<br>
$F'(x)=\mathrm{e}^{0,1x}\cdot\left[10-2x\right]=\left(10-2x\right)\cdot \mathrm{e}^{0,1x}=f(x)$<br>
<br>
Intervall erkennen: [0|5]<br>
$A=\int_0^5 f(x)dx=F(5)-F(0)$<br>
$F(5)=200\cdot \mathrm{e}^{0,5}\approx 329,74$<br>
$F(0)=300$<br>
$A\approx 29,74\,\text{FE}$
</td><td></td><td>3<br>4</td><td></td></tr>
<tr><td>1.7</td><td>
Es muss gelten $f_a'(5)=0$<br>
$f_a(x)=\left(a-2x\right)\cdot \mathrm{e}^{0,1x}$<br>
$f_a'(x)=-2\cdot \mathrm{e}^{0,1x}+\left(a-2x\right)\cdot 0,1\cdot \mathrm{e}^{0,1x}$<br>
$f_a'(x)=\left[-2+0,1a-0,2x\right]\cdot \mathrm{e}^{0,1x}$<br>
$f_a'(5)=0$<br>
$\left[-2+0,1a-0,2\cdot 5\right]\cdot \mathrm{e}^{0,5}=0$<br>
$-2+0,1a-1=0$<br>
$0,1a=3$<br>
$a=30$<br>
Für $a$ = 30 ist die geforderte Bedingung erfüllt.
</td><td></td><td></td><td>1<br>2<br>2</td></tr>
<tr><td></td><td>Summen der BE in den Anforderungsbereichen</td><td>6</td><td>23</td><td>5</td></tr>
<tr><td></td><td>Summe der BE</td><td colspan="3">34</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th rowspan="2">Teil-<br>aufgabe</th><th rowspan="2">Beschreibung der erwarteten Schülerleistung</th><th colspan="3">BE/AB</th></tr>
<tr><th>I</th><th>II</th><th>III</th></tr>
<tr><td>2.1</td><td>Polstelle: $N(x)=0$ und $Z(x)\neq 0$<br>$N(x)=0 \;\Leftrightarrow\; x=0$<br>$Z(0)=-4\neq 0 \;\Rightarrow\;$ es gibt eine (doppelte) Polstelle.<br>Verhalten an der Polstelle $x=0$ (Testeinsetzungen): ohne VZW mit<br>$\lim\limits_{x\to 0} f(x)=-\infty$<br>$D_f=\mathbb{R}\setminus\{0\}$</td><td>1<br><br><br>2<br><br>1</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>2.2</td><td>Achsensymmetrie: Nachweis von $f(x)=f(-x)$ oder verbale Begründung<br>$\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)=-1$</td><td>2<br>2</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>2.3</td><td>Nullstellen:<br>$f(x_0)=0 \Rightarrow 0=-x^4+5x^2-4 \Rightarrow 0=z^2-5z+4 \Rightarrow z_1=1$ und $z_2=4$<br>$\Rightarrow x_{1/2}=\pm 1$ und $x_{3/4}=\pm 2$</td><td></td><td>5</td><td></td></tr>
<tr><td>2.4</td><td>$f'(x)=\dfrac{(-4x^3+10x)\cdot x^4-4x^3\cdot\left(-x^4+5x^2-4\right)}{x^8}=\dfrac{-10x^2+16}{x^5}$ oder<br>$f'(x)=-\dfrac{10}{x^3}+\dfrac{16}{x^5}$<br>notwendige Bedingung für Extremstellen: $f'(x)=0$<br>$f'(x)=\dfrac{-10x^2+16}{x^5}=0 \Leftrightarrow -10x^2+16=0 \Rightarrow x_E=\pm\dfrac{4}{\sqrt{10}}\approx\pm 1{,}26$<br>$f\left(\pm\dfrac{4}{\sqrt{10}}\right)=\dfrac{9}{16}\approx 0{,}56 \Rightarrow H_1(-1{,}26 \mid 0{,}56)$ und $H_2(1{,}26 \mid 0{,}56)$</td><td></td><td>3<br><br><br>5</td><td></td></tr>
<tr><td>2.5</td><td>Ergänzung der Wertetabelle:
<table>
<tr><td>x</td><td>0,8</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr>
<tr><td>f(x)</td><td>-2,95</td><td>0</td><td>0</td><td>-0,49</td><td>-0,70</td><td>-0,81</td></tr>
</table>

</td><td>1</td><td>4</td><td></td></tr>
<tr><td>2.6</td><td>Da $f(0{,}81)<-2{,}5<f(0{,}82)$ und der Graph von f in [0,81; 0,82] stetig ist, muss eine Lösung der Gleichung im genannten Intervall liegen.</td><td></td><td></td><td>2</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th rowspan="2">Teil-<br>aufgabe</th><th rowspan="2">Beschreibung der erwarteten Schülerleistung</th><th colspan="3">BE/AB</th></tr>
<tr><th>I</th><th>II</th><th>III</th></tr>
<tr><td>2.7</td><td>Schnittstellen von f und g: $x_{S1}, x_{S2}$ mit $x_{S1} < x_{S2}$<br>Schnittstellen von f und p: $x_{f,p} = \pm 2$<br>$A_1 = \int_0^{x_{S2}} \left(p(x) - g(x)\right) dx$<br>$A_2 = \int_{x_{S2}}^{2} \left(p(x) - f(x)\right) dx$<br>$A_{ges} = 2 \cdot (A_1 + A_2)$</td><td></td><td></td><td>5</td></tr>
<tr><td></td><td>Summen der BE in den Anforderungsbereichen</td><td>9</td><td>17</td><td>7</td></tr>
<tr><td></td><td>Summe der BE</td><td colspan="3">33</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th rowspan="2">Teil-aufgabe</th><th rowspan="2">Beschreibung der erwarteten Schülerleistung</th><th colspan="3">BE/AB</th></tr>
<tr><th>I</th><th>II</th><th>III</th></tr>
<tr><td>3.1</td><td>
<table>
<tr><td>Punkte</td><td>$V_1$</td><td>$V_2$</td><td>$V_3$</td><td>$S_1$</td><td>$S_2$</td><td>$S_3$</td></tr>
<tr><td>Koor-dinaten</td><td>$(10|0|4)$</td><td>$(5|0|6)$</td><td>$\underline{\underline{(0|0|4)}}$</td><td>$(10|4|3)$</td><td>$\underline{\underline{(5|4|3)}}$</td><td>$(0|4|3)$</td></tr>
</table>
</td><td>2</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>3.2</td><td>
<table>
<tr><th>Kante</th><th>Länge</th><th>Kosten</th></tr>
<tr><td>$\overline{S_1S_3}$</td><td>10 m</td><td>140,00 €</td></tr>
<tr><td>$\overline{S_1V_2}$</td><td>$\left|\overrightarrow{S_1V_2}\right| = 7{,}07 = \left|\overrightarrow{S_3V_2}\right|$</td><td>120,00 €</td></tr>
<tr><td>$\overline{S_3V_2}$</td><td>$\left|\overrightarrow{S_1V_2}\right| = 7{,}07$</td><td>120,00 €</td></tr>
</table>
Kosten der drei Balken: 380,00 €.
</td><td>5</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>3.3</td><td>
Ebenengleichung in Parameterform:<br>
$D_1: \vec{x} = \overrightarrow{OV_1} + r\cdot\overrightarrow{V_1V_2} + s\cdot\overrightarrow{V_1S_1} = \begin{pmatrix}10\\0\\4\end{pmatrix} + r\cdot\begin{pmatrix}-5\\0\\2\end{pmatrix} + s\cdot\begin{pmatrix}0\\4\\-1\end{pmatrix}$<br>
Ebenengleichung in Koordinatenform:<br>
$\vec{n} = \overrightarrow{V_1V_2}\times\overrightarrow{V_1S_1} = \begin{pmatrix}-8\\-5\\-20\end{pmatrix}$, somit gilt: $D_1:\ -8x-5y-20z = d$<br>
Einsetzen der Koordinaten liefert: $d = -160$<br>
$D_1:\ -8x-5y-20z = -160$
</td><td>2</td><td>4</td><td></td></tr>
<tr><td>3.4</td><td>
$\overrightarrow{V_1V_2}\cdot\overrightarrow{V_1S_1} = \begin{pmatrix}-5\\0\\2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0\\4\\-1\end{pmatrix} = -2 \neq 0 \Rightarrow$ kein rechter Winkel in $V_1$<br>
$\overrightarrow{V_1V_2}\cdot\overrightarrow{V_2S_1} = \begin{pmatrix}-5\\0\\2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}5\\4\\-3\end{pmatrix} = -25-6 \neq 0 \Rightarrow$ kein rechter Winkel in $V_2$<br>
$\overrightarrow{V_2S_1}\cdot\overrightarrow{V_1S_1} = \begin{pmatrix}5\\4\\-3\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}0\\4\\-1\end{pmatrix} = 16+3 \neq 0 \Rightarrow$ kein rechter Winkel in $S_1$<br>
Das Dreieck ist kein rechtwinkliges Dreieck.
</td><td></td><td>4</td><td></td></tr>
</table>

| Teil-aufgabe | Beschreibung der erwarteten Schülerleistung | BE/AB | | |
|---|---|---|---|---|
| | | I | II | III |
| 3.5 | $\overrightarrow{n_H} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{n_{D_2}} = \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \\ -4 \end{pmatrix}$<br>$\cos(\alpha) = \frac{\left\vert \overrightarrow{n_H} \cdot \overrightarrow{n_{D_2}} \right\vert}{\left\vert \overrightarrow{n_H} \right\vert \cdot \left\vert \overrightarrow{n_{D_2}} \right\vert} = \frac{3}{1 \cdot \sqrt{25}} = \frac{3}{5}$<br>$\alpha = 53{,}13°$<br>Der Winkel beträgt 53,13°. | | 4 | |
| 3.6 | $\left\vert \overrightarrow{S_2V_2} \right\vert = \sqrt{0^2 + (-4)^2 + 3^2} = 5$ m<br>$\left\vert \overrightarrow{S_1S_3} \right\vert = 10$ m<br>Der Flächeninhalt des Dreiecks beträgt 25 m$^2$. | | 3 | |
| 3.7 | $L$ in $D_1$: $-8 \cdot 5 - 5 \cdot 2 - 20 \cdot 4 = -130 \neq -160$<br>$L$ in $D_2$: $-3 \cdot 2 - 4 \cdot 4 = -22 \neq -24$<br>$L$ liegt in keiner der beiden Ebenen.<br>Aufgrund der Symmetrie und da $L$ mittig unter dem Carportdach hängt, liegt $L$ auch nicht in der dritten Dachfläche. | | 3 | |
| 3.8 | Normaleneinheitsvektor von $D_2$ berechnen: $\vec{n}_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ -3/5 \\ -4/5 \end{pmatrix}$.<br>Einen Punkt der Ebene $D_2$ wählen: $S_3\left(0 \vert 4 \vert 3\right)$.<br>$d = \left\vert (\vec{l} - \vec{s}_3) \cdot \vec{n}_0 \right\vert = \left\vert \frac{2}{\sqrt{25}} \right\vert = 0{,}4$ LE<br>Die Lampe ist von der Dachfläche 40 cm entfernt und damit weiter als die geforderten 30 cm. | | | 6 |
| | **Summen der BE in den Anforderungsbereichen** | **9** | **18** | **6** |
| | **Summe der BE** | | **33** | |

Senatsverwaltung für Bildung, Jugend und Familie | BERLIN

# Abschlussprüfung
# an der Berufsoberschule/FOS 13 im Schuljahr 2021/2022

| Fach | **Mathematik (A)** |
|---|---|
| **Nur für die Lehrkraft** | |
| **Prüfungstag** | 25.05.2022 |
| **Prüfungszeit** | 09:00 – 13:00 Uhr |
| **Zugelassene Hilfsmittel** | Nicht graphikfähiger Taschenrechner mit gelöschtem Programmierteil, kein CAS-Rechner, Handbuch/Gebrauchsanleitung muss vorliegen, Formelsammlung, Rechtschreib-Wörterbuch (siehe Aufgabendeckblatt) |
| **Allgemeine und spezielle Arbeitshinweise** | **Beachten Sie bitte das Schülerdeckblatt zu den Wahlmöglichkeiten.** |
| **Erwartungs-horizonte** | Die Beschreibungen der erwarteten Leistungen enthalten keine vollständigen Lösungen, sondern nur kurze Angaben. Hier nicht genannte, aber gleichwertige Lösungswege sind gleichberechtigt.<br>Die aufgeführten Lösungswege zeigen immer nur eine Variante auf. Für andere Lösungswege oder Lösungsansätze, die schlüssig dargestellt werden und zu richtigen Zwischen- oder Endergebnissen führen, sind die vorgesehenen Bewertungseinheiten (BE) entsprechend zu vergeben. Wird jedoch der im Erwartungshorizont dargestellte Lösungsweg vom Prüfling verwendet, so sind die BE in der angegebenen Weise aufzuteilen. Damit die Möglichkeit besteht, den eigenen didaktischen Aspekten bei der Bewertung genug Raum zu geben, werden in der Regel die BE nicht kleinschrittig zugeordnet. Die Summe der BE pro Teilaufgabe ist verbindlich.<br>Sind Zwischenergebnisse nicht korrekt ermittelt worden und die sich auf diesen Zwischenergebnissen aufbauenden weiteren Lösungswege schlüssig und nicht mit neuen Fehlern versehen, so sind die BE entsprechend zu erteilen (Folgefehler). Dieses Vorgehen ist nicht anzuwenden, wenn eine offensichtlich nicht sinnvolle Lösung unkommentiert bleibt oder der Lösungsweg durch den Fehler erheblich einfacher geworden ist.<br>Die Verwendung von entsprechenden Operatoren in den Aufgabenstellungen erfordert vom Prüfling schriftliche Erläuterungen seiner Überlegungen. Bei der Bewertung dieser Erläuterungen, auf deren Darstellung im Erwartungshorizont weitgehend verzichtet wird, kann die Lehrkraft ihren pädagogischen Spielraum nutzen und sich an ihrer bisherigen Unterrichtspraxis orientieren. Im Erwartungshorizont wird teilweise auf formale mathematische Vollständigkeit verzichtet, wenn diese vom Schüler in der Regel nicht unbedingt zu erwarten ist. |

| **Aufgabe Nr.** | **Soll** |
|---|---|
| 1 | 34 |
| 2 | 33 |
| 3 | 33 |
| **Summe[1]:** | Je nach Wahl 67 oder 66 |

[1] Jeder Prüfling bearbeitet nur zwei Aufgaben

Senatsverwaltung für Bildung, Jugend und Familie — BERLIN

## 1 Exponentialfunktion /34

Gegeben ist die Funktion *f* mit der Gleichung

$$f(x) = 4x^2 \cdot e^{-0,5x}, \; D_f = \mathbb{R}.$$

**1.1** Bestimmen Sie die Schnittpunkte des Graphen von *f* mit den Koordinatenachsen. **/3**

**1.2** Zeigen Sie, dass $f'(x) = \left(8x - 2x^2\right) \cdot e^{-0,5x}$ gilt. **/3**

**1.3** Bestimmen Sie die Koordinaten und Art der Extrempunkte von *f*. **/7**
[*Hinweis: Ohne Nachweis darf verwendet werden:* $f''(x) = \left(x^2 - 8x + 8\right) \cdot e^{-0,5x}$]

**1.4** Der Graph von *f* hat zwei Wendepunkte. **/4**
Zeigen Sie, dass die beiden Wendepunkte an den Stellen $x_1 \approx 1{,}17$ und $x_2 \approx 6{,}83$ liegen und geben Sie die Koordinaten der Wendepunkte an.
[*Hinweis: Auf den Nachweis mit Hilfe der 3. Ableitung kann verzichtet werden.*]

**1.5** Ergänzen Sie die Wertetabelle. **/5**

| $x$ | -1 | 1 | 2 | 4 | 6 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 6,59 | | | 8,66 | | | | 2,70 |

Zeichnen Sie unter Verwendung aller Ihrer bisherigen Ergebnisse den Graphen der Funktion *f* im Intervall $-1 \le x \le 10$ in das **Koordinatensystem auf der nächsten Seite**.

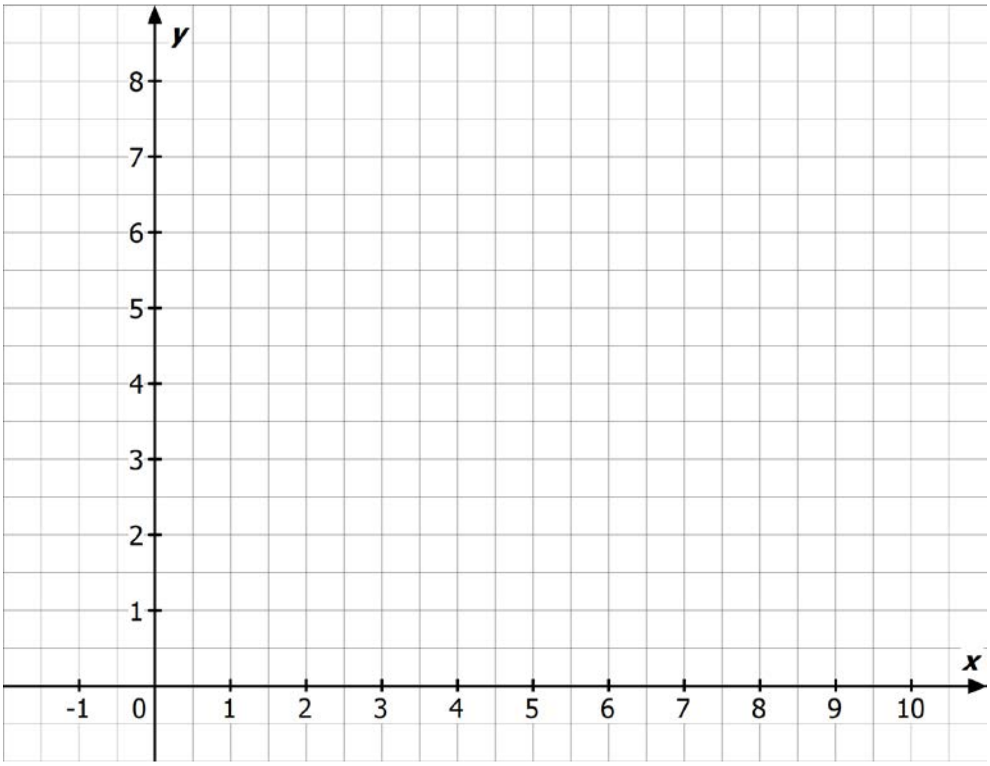
**1.6** Die Gerade *g* schneidet den Graphen von *f* in den Punkten *P*(-1|*f*(-1)) und *Q*(9|*f*(9)). **/4**
Zeichnen Sie die Gerade *g* in das Koordinatensystem ein.
Ermitteln Sie die Funktionsgleichung dieser Geraden.

**1.7** Weisen Sie nach, dass *F* mit $F(x) = \left(-8x^2 - 32x - 64\right) \cdot e^{-0,5x}$ eine Stammfunktion von *f* ist. **/3**

**1.8** Im Bereich $-1 \le x \le 9$ schließen der Graph von *f* und die Gerade *g* eine Fläche ein, die aus zwei Teilflächen besteht. **/5**
Schraffieren Sie die Fläche.
Erläutern Sie, wie vorgegangen werden muss, um den Flächeninhalt dieser Fläche zu berechnen.
Führen Sie dabei keine Berechnungen durch!

**Fortsetzung auf der nächsten Seite →**

**Koordinatensystem zu Aufgabe 1.5, 1.6 und 1.8**



## 2 Gebrochenrationale Funktionen /33

Gegeben ist die Funktion *f* mit $f(x)=\frac{2x}{x^2-4}+2=\frac{2x^2+2x-8}{x^2-4}$. Der Graph der Funktion ist $G_f$.

**2.1** Zeigen Sie, dass der Graph der Funktion *f* zwei Polstellen besitzt. **/5**
Untersuchen Sie das Verhalten der Funktion *f* in der Umgebung der Polstellen.
Geben Sie den maximalen Definitionsbereich von *f* an.

**2.2** Berechnen Sie alle Schnittpunkte des Graphen der Funktion *f* mit den Koordinatenachsen. **/4**

**2.3** Bestimmen Sie die 1. Ableitung der Funktion *f.* **/6**
Weisen Sie nach, dass der Graph der Funktion keine Extrempunkte besitzt.
[*Zur Kontrolle:* $f'(x)=\frac{-2x^2-8}{\left(x^2-4\right)^2}$.]

**2.4** Ergänzen Sie die Wertetabelle. **/6**

| $x$ | -5 | -3 | -1,5 | -1 | $-\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}$ | 1 | 1,5 | 3 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 1,52 | 0,80 | 3,71 | | 2,27 | | 1,33 | | | 2,48 |

Zeichnen Sie unter Verwendung Ihrer oben berechneten Ergebnisse und der Wertetabelle den Graphen von *f* im Intervall [-5; 5] in das **Koordinatensystem auf der folgenden Seite** ein.

Gegeben ist eine lineare Funktion *g* mit $g(x)=-\frac{8}{7}x+2$.

**2.5** Weisen Sie nach, dass sich die Graphen *g* und *f* an den Stellen $x_1=0$, $x_2=1{,}5$ und $x_3=-1{,}5$ schneiden. **/4**

**2.6** Zeichnen Sie den Graphen von *g* und die Schnittpunkte der Graphen *g* und *f* in das **Koordinatensystem auf der folgenden Seite** ein. **/2**

**2.7** Zeigen Sie, dass die Funktion $h(x)=f(x)-2$ punktsymmetrisch zum Ursprung ist. **/3**

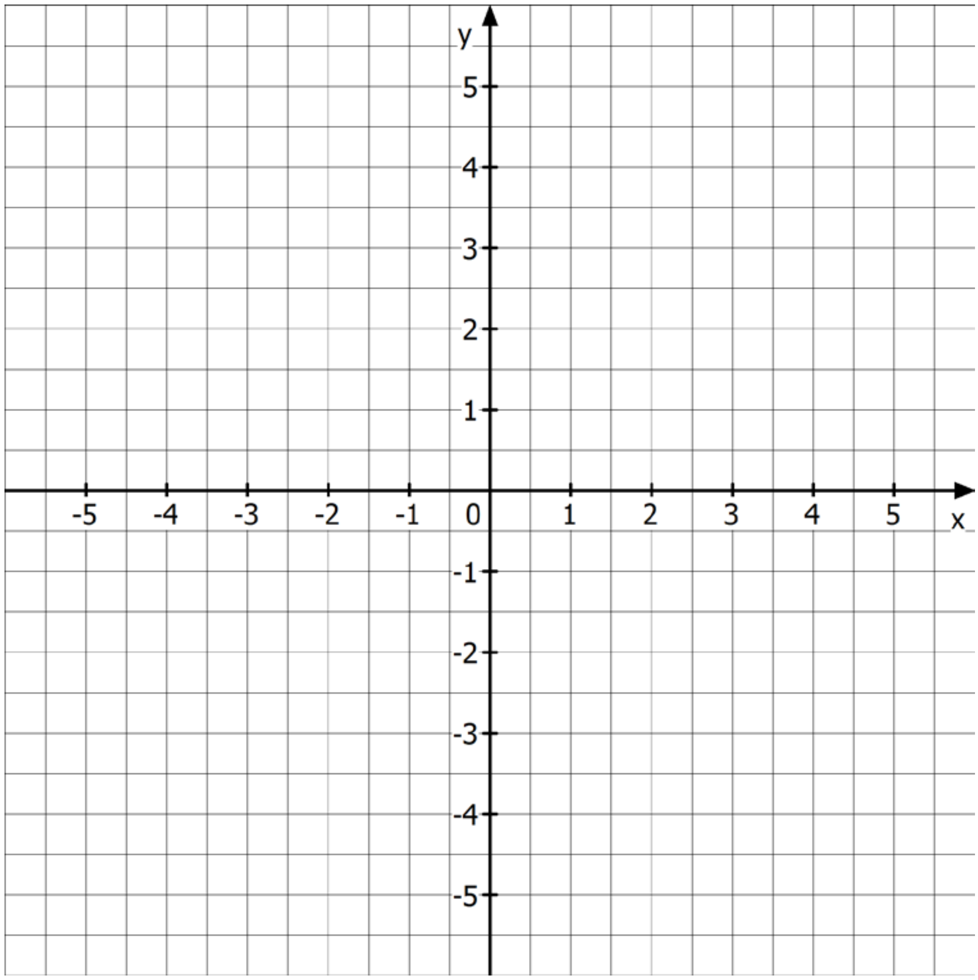
**Fortsetzung auf der nächsten Seite →**

**2.8** Begründen Sie ohne eine Stammfunktion zu bilden, dass gilt: **/3**

$$\int_{-1,5}^{1,5} \left(f(x) - g(x)\right) dx = 0 \,.$$

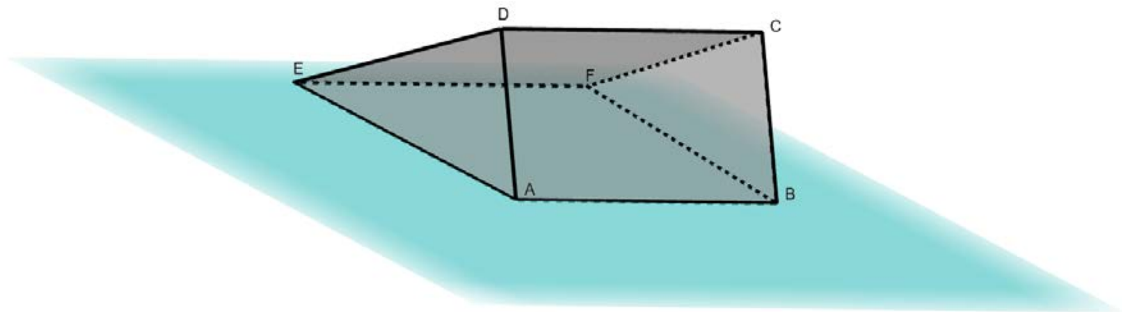
Sie können dabei die Aussage aus der Teilaufgabe 2.7 verwenden.

**Koordinatensystem zu Aufgabe 2.4 und 2.6:**



## 3 Analytische Geometrie /33

Die Abbildung zeigt das Modell eines Gebäudes auf einer schiefen Ebene.
In diesem Modell haben die Eckpunkte des Gebäudes folgende Koordinaten:
*A*(0|0|0), *B*(-32|24|0), *C*(-33,8|21,6|21) und *D*(-1,8|-2,4|21), *E*(-27|-36|15) und *F*(-63|-9|15).
Es gilt: 1 LE = 1 cm.




**3.1** Das Viereck *ABCD* ist ein Rechteck. **/5**
Berechnen Sie den Flächeninhalt dieses Rechtecks.

**3.2** Weisen Sie nach, dass das Dreieck *ADE* rechtwinklig ist. **/4**

**3.3** Geben Sie eine Gleichung der Ebene *K*, in der das Dreieck *ADE* liegt, in Parameterform an. **/5**
Ermitteln Sie eine Gleichung der Ebene *K* in Koordinatenform.
[*Zur Kontrolle:* $K: -4x+3y=0$.]

Die Punkte *A*, *B* und *E* liegen in der Ebene *H* mit der Gleichung $H: 3x+4y+15z=0$.

**3.4** Weisen Sie nach, dass der Punkt *F* in der Ebene *H* liegt. **/1**

**3.5** Ermitteln Sie den Winkel, unter dem die Ebene *H* gegenüber der Horizontalen ansteigt. **/4**

**3.6** Weisen Sie nach, dass das Viereck *CDEF* ein Trapez, aber kein Rechteck ist. **/5**

**3.7** Zeigen Sie, dass das Dreieck *EAD* senkrecht zur Ebene *H* liegt. **/4**
Bestimmen Sie den Abstand des Punktes *D* zur Ebene *H*.

Sonnenstrahlen treffen aus der Richtung $\vec{v}=\begin{pmatrix}3\\9\\-23\end{pmatrix}$ auf das Modell. Dabei wirft das Gebäudemodell einen Schatten auf die schiefe Ebene.

**3.8** Berechnen Sie die Koordinaten des Schattenpunktes von *D*. **/5**

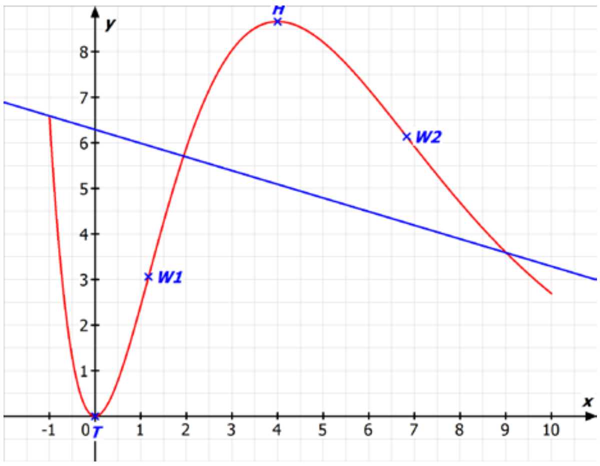
Senatsverwaltung für Bildung, Jugend und Familie BERLIN

**Erwartungshorizont für Aufgabenvorschlag A**

Der Erwartungshorizont stellt für jede Teilaufgabe eine mögliche Lösung dar. Nicht dargestellte korrekte Lösungen sind als gleichwertig zu akzeptieren.

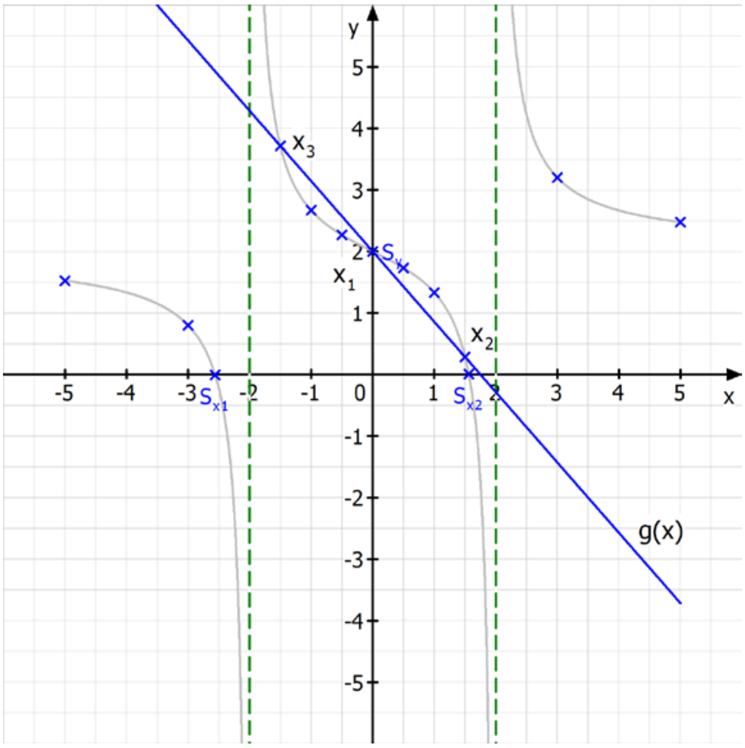
| Teil-aufgabe | Beschreibung der erwarteten Schülerleistung | BE/AB | | |
|---|---|---|---|---|
| | | I | II | III |
| 1.1 | $S_y: \ f(0)=0 \qquad S_y(0\,\vert\,0)$<br>$S_x: \ f(x)=0$<br>$4x^2\cdot e^{-0,5x}=0$<br>$x_{1/2}=0 \qquad S_x(0\,\vert\,0)$<br>$e^{-0,5x}\neq 0$ | 1<br>2 | | |
| 1.2 | $f(x)=4x^2\cdot e^{-0,5x}$<br>$f'(x)=8x\cdot e^{-0,5x}+4x^2\cdot e^{-0,5x}\cdot(-0,5)$<br>$f'(x)=e^{-0,5x}\cdot(8x-2x^2)$ | | 3 | |
| 1.3 | $f'(x)=0 \quad \wedge \quad f''(x)\neq 0$<br>$f'(x)=\left(8x-2x^2\right)\cdot e^{-0,5x}=0 \qquad e^{-0,5x}\neq 0$<br>$8x-2x^2=0$<br>$2x(4-x)=0$<br>$x_1=0$<br>$x_2=4$<br>$f''(0)=8>0 \quad \Rightarrow \quad$ Tiefpunkt $T(0\,\vert\,0)$<br>$f''(4)\approx -1{,}08<0 \quad \Rightarrow \quad$ Hochpunkt<br>$f(4)=8{,}66 \quad \Rightarrow \quad H(4\,\vert\,8{,}66)$ | | 7 | |
| 1.4 | $f''(x)=0$<br>$f''(x)=\left(x^2-8x+8\right)\cdot e^{-0,5x}=0 \qquad e^{-0,5x}\neq 0$<br>$x^2-8x+8=0$<br>$x_{1/2}=4\pm\sqrt{4^2-8}$<br>$x_1\approx 1{,}17 \qquad f(1{,}17)\approx 3{,}05 \qquad W_1(1{,}17\,\vert\,3{,}05)$<br>$x_2\approx 6{,}83 \qquad f(6{,}83)\approx 6{,}13 \qquad W_2(6{,}83\,\vert\,6{,}13)$ | | 4 | |

<table>
<tr><th rowspan="2">Teil-<br>aufgabe</th><th rowspan="2">Beschreibung der erwarteten Schülerleistung</th><th colspan="3">BE/AB</th></tr>
<tr><th>I</th><th>II</th><th>III</th></tr>
<tr><td>1.5</td><td>
<table>
<tr><td>x</td><td>-1</td><td>1</td><td>2</td><td>4</td><td>6</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td></tr>
<tr><td>f(x)</td><td>6,59</td><td>2,43</td><td>5,89</td><td>8,66</td><td>7,17</td><td>4,69</td><td>3,60</td><td>2,70</td></tr>
</table>




Hinweis: Die Gerade gehört zu 1.6.</td><td>2</td><td>3</td><td></td></tr>
<tr><td>1.6</td><td>$g(x)=mx+n$<br>$m=\dfrac{\Delta y}{\Delta x}=\dfrac{6,59-3,60}{-1-9}\approx -0,30$<br>$P(-1\,|\,f(-1))$ einsetzen ergibt<br>$6,59=-0,30\cdot(-1)+n$<br>$n=6,29$<br>Geradengleichung: $g(x) = -0,30x + 6,29$<br><br>Einzeichnen ins Koordinatensystem</td><td>1</td><td>3</td><td></td></tr>
<tr><td>1.7</td><td>$F'(x)=f(x)$<br>$F(x)=\left(-8x^2-32x-64\right)\cdot e^{-0,5x}$<br>$F'(x)=\left(-16x-32\right)\cdot e^{-0,5x}+\left(-8x^2-32x-64\right)\cdot(-0,5)\cdot e^{-0,5x}$<br>$F'(x)=\left[-16x-32+4x^2+16x+32\right]\cdot e^{-0,5x}$<br>$F'(x)=4x^2\cdot e^{-0,5x}=f(x)$</td><td></td><td>3</td><td></td></tr>
<tr><td>1.8</td><td>Schraffur<br>Beschreibung des Vorgehens:<br>- Schnittstelle $x_S$ der Graphen von f und g bestimmen<br>- Für das Intervall [-1; $x_S$] muss g-f integriert werden, für [$x_S$;9] muss f-g integriert werden<br>- Stammfunktionen G-F bzw. F-G bilden , Intervallgrenzen einsetzen<br>- Flächeninhalte der Teilflächen addieren</td><td></td><td>1</td><td>4</td></tr>
<tr><td></td><td>Summen der BE in den Anforderungsbereichen</td><td>6</td><td>24</td><td>4</td></tr>
<tr><td></td><td>Summe der BE</td><td colspan="3">34</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th rowspan="2">Teil-<br>aufgabe</th><th rowspan="2">Beschreibung der erwarteten Schülerleistung</th><th colspan="3">BE/AB</th></tr>
<tr><th>I</th><th>II</th><th>III</th></tr>
<tr><td>2.1</td><td>$N(x)=0$<br>$0=x^2-4$<br>$x_1=-2$ und $x_2=2$<br>$Z(x_1)\neq 0$ und $Z(x_2)\neq 0 \quad \Rightarrow$ der Graph von $f$ hat zwei Polstellen<br>Verhalten an beiden Polstelle (Testeinsetzungen): VZW von - nach +<br>$D_f=\mathbb{R}\setminus\{-2;2\}$</td><td>5</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>2.2</td><td>$S_y:\ f(0)=2 \ \Rightarrow \ S_y\left(0\,|\,2\right)$<br><br>$S_x: Z(x)=0$<br>$0=2x^2+2x-8$<br>$0=x^2+x-4$<br>$x_{1/2}=-\frac{1}{2}\pm\sqrt{\frac{1}{4}+4} \ \Rightarrow S_{x_1}\left(-2{,}56\middle|0\right)$ und $S_{x_2}\left(1{,}56\middle|0\right)$</td><td>4</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>2.3</td><td>1. Ableitung:<br>$f'(x)=\frac{2(x^2-4)-4x^2}{(x^2-4)^2}=\frac{-2x^2-8}{(x^2-4)^2}$<br>Extrempunkt:<br>$f'(x)=0$<br>$0=-2x^2-8$<br>$x^2=-4 \Rightarrow$ n.l. $\Rightarrow$ es liegen keine Extrempunkte vor</td><td></td><td>3<br><br><br>3</td><td></td></tr>
<tr><td>2.4</td><td><table><tr><td>$x$</td><td>-5</td><td>-3</td><td>-1,5</td><td>-1</td><td>$-\frac{1}{2}$</td><td>$\frac{1}{2}$</td><td>1</td><td>1,5</td><td>3</td><td>5</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td>1,52</td><td>0,80</td><td>3,71</td><td>2,67</td><td>2,27</td><td>1,73</td><td>1,33</td><td>0,29</td><td>3,20</td><td>2,48</td></tr></table></td><td>2</td><td></td><td></td></tr>
</table>

| Teil-aufgabe | Beschreibung der erwarteten Schülerleistung | BE/AB | | |
|---|---|---|---|---|
| | | I | II | III |
| 2.4 | <br>*[Hinweis: Die in der Abbildung dargestellte Gerade g ist aus 2.6.]* | | 4 | |
| 2.5 | $g(x)=f(x)$<br>$0=-\frac{8}{7}x^3+\frac{18}{7}x \qquad \vert x_1=0$<br>$0=x^2-\frac{9}{4} \qquad \vert x_{2/3}=-1{,}5$ | | 4 | |
| 2.6 | siehe EWH 2.4 | | 2 | |
| 2.7 | $h(x)=f(x)-2=\frac{2x}{x^2-4}$<br>$h(-x)=\frac{2(-x)}{(-x)^2-4}=-\frac{2x}{x^2-4}=-h(x)$ | 3 | | |
| 2.8 | $f(x)-g(x)=\frac{2x}{x^2-4}+\frac{8}{7}x=h(x)+\frac{8}{7}x$<br>Die Funktion $f(x)-g(x)$ ist somit punktsymmetrisch zum Koordinaten-ursprung. Die Teilflächen mit negativem und positivem Beitrag zum Integral sind gleich groß. Daher ist die Flächendifferenz null. | | | 3 |
| | **Summen der BE in den Anforderungsbereichen** | **14** | **16** | **3** |
| | **Summe der BE** | **33** | | |

| Teil-aufgabe | Beschreibung der erwarteten Schülerleistung | BE/AB I | BE/AB II | BE/AB III |
|---|---|---|---|---|
| **3.1** | $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}=\begin{pmatrix}-32\\24\\0\end{pmatrix}$ , $\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AD}=\begin{pmatrix}-1,8\\-2,4\\21\end{pmatrix}$<br>$\lvert\overrightarrow{AB}\rvert=\sqrt{(-32)^2+24^2+0^2}=\sqrt{1600}\,LE$ entspricht 40 cm<br>$\lvert\overrightarrow{AD}\rvert=\sqrt{(-1,8)^2+(-2,4)^2+21^2}=\sqrt{450}\,LE$ entspricht ca. 21,2 cm<br>$A_{Rechteck}=\lvert\overrightarrow{AB}\rvert\cdot\lvert\overrightarrow{AD}\rvert=\sqrt{720\,000}\,FE$ entspricht ca. 849 $cm^2$ | 2<br>3 | | |
| **3.2** | $\overrightarrow{AE}=\begin{pmatrix}-27\\-36\\15\end{pmatrix}$ , $\overrightarrow{DE}=\begin{pmatrix}-25,2\\-33,6\\-6\end{pmatrix}$<br>$\lvert\overrightarrow{AE}\rvert=\sqrt{(-27)^2+(-36)^2+15^2}=\sqrt{2250}\,LE$<br>$\lvert\overrightarrow{DE}\rvert=\sqrt{(-25,2)^2+(-33,6)^2+(-6)^2}=\sqrt{1800}\,LE$<br>$\lvert\overrightarrow{AE}\rvert^2=\lvert\overrightarrow{AD}\rvert^2+\lvert\overrightarrow{DE}\rvert^2$ | 4 | | |
| **3.3** | Ebenengleichung in Parameterform:<br>$K:\vec{x}=\overrightarrow{OA}+r\cdot\overrightarrow{AD}+s\cdot\overrightarrow{AE}=\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}+r\cdot\begin{pmatrix}-27\\-36\\15\end{pmatrix}+s\cdot\begin{pmatrix}-1,8\\-2,4\\21\end{pmatrix}$<br>Ebenengleichung in Koordinatenform:<br>$\vec{n}=\overrightarrow{AD}\times\overrightarrow{AE}=\begin{pmatrix}-720\\540\\0\end{pmatrix}=180\begin{pmatrix}-4\\3\\0\end{pmatrix}$, somit gilt: $K\!:\ -4x+3y=d$<br>Einsetzen der Koordinaten von $A$ liefert: $d=0$<br>$K\!:\ -4x+3y=0$ | 1 | 4 | |
| **3.4** | $F$ in die Koordinatengleichung von $H$ einsetzen:<br>$H\!: 3\cdot(-63)+4\cdot(-9)+15\cdot 15=0$ ergibt eine wahre Aussage | 1 | | |
| **3.5** | Der gesuchte Winkel entspricht dem Winkel zwischen $H$ und der x-y-Ebene:<br>$\cos(\alpha)=\frac{\lvert\overrightarrow{n_H}\cdot\overrightarrow{n_{xy}}\rvert}{\lvert\overrightarrow{n_H}\rvert\cdot\lvert\overrightarrow{n_{xy}}\rvert}=\frac{15}{\sqrt{250}\cdot 1}\approx 0,9487$<br>$\alpha=18,43°$ | | 4 | |

| Teil-aufgabe | Beschreibung der erwarteten Schülerleistung | BE/AB I | BE/AB II | BE/AB III |
|---|---|---|---|---|
| **3.6** | Wenn das Viereck *CDEF* ein Rechteck wäre, müsste u. a. gelten:<br>$\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{DC}$<br>$\overrightarrow{EF} = \begin{pmatrix} -36 \\ 27 \\ 0 \end{pmatrix}$ und somit $\overrightarrow{EF} = 1{,}125\,\overrightarrow{DC}$<br>Somit sind die gegenüberliegenden Seiten $\overline{EF}$ und $\overline{DC}$ zwar parallel, aber nicht gleich lang.<br>Das Viereck *CDEF* ist also <u>kein</u> Rechteck, sondern ein Trapez. | | 5 | |
| **3.7** | $\overrightarrow{n_K} \circ \overrightarrow{n_H} = -12 + 12 + 0 = 0$<br>Abstand zwischen Punkt *D* und der Ebene *H*:<br>$d = \left\| \frac{0-(3\cdot(-1{,}8)+4\cdot(-2{,}4)+15\cdot 21)}{\sqrt{3^2+4^2+15^2}} \right\| = \frac{300}{5\sqrt{10}} \approx 19\,LE$ entspricht 19 cm | 1 | 3 | |
| **3.8** | Geradengleichung für Sonnenstrahl *s* aufstellen: $s: \vec{x} = \overrightarrow{OD} + r\cdot\vec{v}$<br>$\Rightarrow\ s: \vec{x} = \begin{pmatrix} -1{,}8 \\ -2{,}4 \\ 21 \end{pmatrix} + r\cdot\begin{pmatrix} 3 \\ 9 \\ -23 \end{pmatrix}$<br>Schnittpunkt von Sonnenstrahl *s* mit der Ebene *H* berechnen:<br>$3(-1{,}8+3r)+4(-2{,}4+9r)+15(21-23r)=0 \ \Rightarrow\ r=1$<br>*r* in *s* einsetzen:<br>$\Rightarrow\ s: \vec{x} = \begin{pmatrix} -1{,}8 \\ -2{,}4 \\ 21 \end{pmatrix} + 1\cdot\begin{pmatrix} 3 \\ 9 \\ -23 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1{,}2 \\ 6{,}6 \\ -2 \end{pmatrix} \ \Rightarrow\ D'(1{,}2\,\|\,6{,}6\,\|\,-2)$ | | | 5 |
| | **Summen der BE in den Anforderungsbereichen** | **12** | **16** | **5** |
| | **Summe der BE** | | **33** | |